Exposition du système du monde / , par Pierre-Simon Laplace,... Tome premier [-second]

EXPOSITION
DU SYSTÊME
DU MONDE.

EXPOSITION DU SYSTÊME DU MONDE,

PAR PIERRE-SIMON LAPLACE,
de l'Institut National de France, et
du Bureau des Longitudes.

TOME SECOND.

A PARIS,

De l'Imprimerie du CERCLE-SOCIAL, rue du
Théâtre Français, N°. 4.

L'AN IV DE LA RÉPUBLIQUE FRANÇAISE.


BIBLIOTHÈQUE NATIONALE
R.F.

EXPOSITION

DU SYSTÊME

DU MONDE.

Opinionum commenta delet dies, naturæ judicia confirmat.

- Cic. de nat. deor.

LIVRE QUATRIÈME.

De la théorie de la pesanteur universelle.

APRÈS avoir exposé dans les livres précédens, les lois des mouvemens célestes, et celles de l'action des causes motrices ; il nous reste à les comparer, pour connaître les forces qui animent les corps du système solaire, et pour nous élever sans hypothèses et par des raison-

nemens géométriques, au principe général de la pesanteur dont elles dérivent. C'est dans l'espace céleste, que les lois de la mécanique s'observent avec le plus de précision ; tant de circonstances en compliquent les résultats sur la terre, qu'il est difficile de les démêler, et plus difficile encore de les assujettir au calcul. Mais les corps du systême solaire, séparés par d'immenses distances, et soumis à l'action d'une force principale dont il est aisé de calculer les effets, ne sont troublés dans leurs mouvemens respectifs, que par des forces assez petites pour que l'on ait pu embrasser dans des formules générales, tous les changemens que la suite des tems a produits et doit amener dans ce systême. Il ne s'agit point ici de causes vagues, impossibles à soumettre à l'analyse, et que l'imagination modifie à son gré, pour expliquer les phénomènes. La loi de la pesanteur universelle a le précieux avantage de pouvoir être réduite au calcul, et d'offrir dans la comparaison de ses résultats aux observations, le plus sûr moyen d'en constater l'existence. On verra que cette grande loi de la nature représente tous les phénomènes célestes, jusques dans leurs plus pe-

tits détails ; qu'il n'y a pas une seule de leurs inégalités, qui n'en découle avec une précision admirable ; et qu'elle a donné la cause de plusieurs mouvemens singuliers, entrevus par les astronomes, mais qui sont trop compliqués ou trop lents, pour qu'ils en aient pu reconnaître les lois. Ainsi, loin d'avoir à craindre que de nouvelles observations viennent à la détruire ; on peut-être assuré d'avance, qu'elles ne feront que la confirmer de plus en plus, et l'on doit regarder ses conséquences comme aussi certaines, que si elles étaient immédiatement observées. La plus profonde géométrie a été indispensable pour établir ces diverses théories ; je les ai rassemblées dans un traité de mécanique céleste, que je me propose de publier ; je me bornerai ici, à présenter les principaux résultats de cet ouvrage, en indiquant la route que les géomètres ont suivie pour y parvenir, et en essayant d'en faire sentir les raisons, autant que cela se peut sans le secours de l'analyse.

CHAPITRE PREMIER.

Du principe de la pesanteur universelle.

PARMI les phénomènes du systême solaire, le mouvement elliptique des planètes et des comètes, semble le plus propre à nous conduire à la loi générale des forces dont il est animé. L'observation a fait connaître que les aires tracées par les rayons vecteurs des planètes, et des comètes autour du soleil, sont proportionnelles aux tems ; or on a vu dans le chapitre II du livre précédent, qu'il faut pour céla, que la force qui détourne sans cesse, chacun de ces corps, de la ligne droite, soit dirigée constamment vers l'origine des rayons vecteurs ; la tendance des planètes et des comètes vers le soleil, est donc une suite nécessaire de la proportionnalité des aires dé-

crites par les rayons vecteurs, aux tems employes à les décrire.

Pour déterminer la loi de cette tendance; supposons les planètes mues dans des orbes circulaires, ce qui s'éloigne peu de la vérité. Les quarrés de leurs vîtesses réelles, sont alors proportionnels aux quarrés des rayons de ces orbes, divisés par les quarrés des tems de leurs révolutions; mais par les lois de Kepler, les quarrés de ces tems sont entre eux comme les cubes des mêmes rayons; les quarrés des vîtesses sont donc réciproques à ces rayons. On a vu précédemment, que les forces centrales de plusieurs corps mus circulairement, sont comme les quarrés des vîtesses, divisés par les rayons des circonférences décrites; les tendances des planètes vers le soleil, sont donc réciproques aux quarrés des rayons de leurs orbes supposés circulaires. Cette hypothèse, il est vrai, n'est pas rigoureuse; mais le rapport constant des quarrés des tems des révolutions des planètes, aux cubes des grands axes de leurs orbes, étant indépendant des excentricités; il est naturel de penser qu'il subsisterait encore, dans le cas où ces orbes seraient circulaires. Ainsi, la loi

de la pesanteur vers le soleil, réciproque au quarré des distances, est clairement indiquée par ce rapport.

L'analogie nous porte à croire que cette loi qui s'étend d'une planète à l'autre, a également lieu pour la même planète, dans ses diverses distances au soleil; son mouvement elliptique ne laisse aucun doute à cet égard. Pour le faire voir, suivons ce mouvement, en faisant partir la planète, du périhélie. Sa vîtesse est alors à son *maximum*, et sa tendance à s'éloigner du soleil, l'emportant sur sa pesanteur vers cet astre, son rayon vecteur augmente et forme des angles obtus avec la direction de son mouvement. La pesanteur vers le soleil, décomposée suivant cette direction, diminue donc de plus en plus la vîtesse, jusqu'à ce que la planète ait atteint son aphélie. A ce point, le rayon vecteur redevient perpendiculaire à la courbe; la vîtesse est à son *minimum*, et la tendance à s'éloigner du soleil, étant moindre que la pesanteur solaire, la planète s'en rapproche en décrivant la seconde partie de son ellipse. Dans cette partie, sa pesanteur vers le soleil, accroît sa vîtesse, comme auparavant elle l'avait diminuée; la

planète se retrouve au périhélie avec sa vîtesse primitive, et recommence une nouvelle révolution semblable à la précédente. Maintenant, la courbure de l'ellipse étant la même au périhélie et à l'aphélie, les rayons osculateurs y sont les mêmes, et par conséquent, les forces centrifuges dans ces deux points, sont entre elles comme les quarrés des vîtesses. Les secteurs décrits pendant le même tems, étant égaux ; les vîtesses périhélie et aphélie, sont réciproquement comme les distances correspondantes de la planète au soleil ; les quarrés de ces vîtesses sont donc réciproques aux quarrés des mêmes distances ; or, au périhélie et à l'aphélie, les forces centrifuges dans les circonférences osculatrices, sont évidemment égales aux pesanteurs de la planète vers le soleil ; ces pesanteurs sont donc en raison inverse du quarré des distances à cet astre.

Ainsi, les théorèmes d'Huyghens sur la force centrifuge, suffisaient pour reconnaître la loi de la tendance des planètes vers le soleil ; car il est très-vraisemblable qu'une loi qui a lieu d'une planète à l'autre, et qui se vérifie pour chaque planète, au périhélie et à l'aphélie, s'étend à tous les points des orbes plané-

taires, et généralement à toutes les distances du soleil. Mais pour l'établir d'une manière incontestable, il fallait avoir l'expression générale de la force qui, dirigée vers le foyer d'une ellipse, la fait décrire à un projectile. Newton trouva qu'en effet, cette force est réciproque au quarré du rayon vecteur. Il fallait encore démontrer rigoureusement que la pesanteur vers le soleil, ne varie d'une planète à l'autre, qu'à raison de la distance à cet astre. Ce grand géomètre fit voir que cela suit de la loi des quarrés des tems des révolutions, proportionnels aux cubes des grands axes des orbites. En supposant donc toutes les planètes en repos à la même distance du soleil, et abandonnées à leur pesanteur vers son centre; elles descendraient de la même hauteur, en tems égal; résultat que l'on doit étendre aux comètes, quoique les grands axes de leurs orbes soient inconnus; car on a vu dans le second livre, que la grandeur des aires décrites par leurs rayons vecteurs, suppose la loi des quarrés des tems de leurs révolutions, proportionnels aux cubes de ces axes.

L'analyse qui dans ses généralités, embrasse tout ce qui peut résulter d'une loi

donnée, nous montre que non-seulement l'ellipse, mais toute section conique, peut être décrite en vertu de la force qui retient les planètes dans leurs orbes ; une comète peut donc se mouvoir dans une hyperbole ; mais alors, elle ne serait visible qu'une fois, et après son apparition, elle s'éloignerait au-delà des limites du système solaire, et s'approcherait de nouveaux soleils pour s'en éloigner encore, en parcourant ainsi, les divers systêmes répandus dans l'immensité des cieux. Il est probable, vu l'infinie variété de la nature, qu'il existe des corps semblables. Leurs apparitions doivent être fort rares, et nous ne devons observer le plus souvent, que des comètes qui, mues dans des orbes rentrans, reviennent à des intervalles plus ou moins longs, dans les régions de l'espace, voisines du soleil.

Les satellites tendent pareillement vers cet astre. Si la lune n'était pas soumise à son action ; au lieu de décrire un orbe presque circulaire autour de la terre, elle finirait bientôt par l'abandonner ; et si ce satellite et ceux de Jupiter n'étaient pas sollicités vers le soleil, suivant la même loi que les planètes ; il en

résulterait dans leurs mouvemens, des inégalités sensibles que l'observation ne fait point appercevoir. Les comètes, les planètes et les satellites sont donc assujettis à la même loi de pesanteur vers cet astre. En même tems que les satellites se meuvent autour de leur planète, le systême entier de la planète et de ses satellites, est emporté d'un mouvement commun, dans l'espace, et retenu par la même force, autour du soleil; ainsi le mouvement relatif de la planète et de ses satellites, est à-peu-près le même que si la planète était en repos, et n'éprouvait aucune action étrangère.

Nous voilà donc conduits sans aucune hypothèse, et par une suite nécessaire des lois des mouvemens célestes, à regarder le centre du soleil, comme le foyer d'une force qui s'étend indéfiniment dans l'espace, en diminuant à raison du quarré des distances, et qui attire tous les corps compris dans sa sphère d'activité. Chacune des lois de Kepler, nous découvre une propriété de cette force attractive; la loi des aires proportionnelles aux tems, nous montre qu'elle est constamment dirigée vers le centre du soleil; la figure elliptique des orbes planétaires nous prouve que

cette force diminue, comme le quarré de la distance augmente ; enfin, la loi des quarrés des tems des révolutions, proportionnels aux cubes des grands axes des orbites, nous apprend que la pesanteur de tous les corps, vers le soleil, est la même, à distances égales. Nous nommerons cette pesanteur, *attraction solaire*, quand nous la considérons relativement au centre du soleil, vers lequel elle est dirigée ; car sans en connaître la cause, nous pouvons, par un de ces concepts dont les géomètres font souvent usage, supposer cette force produite par un pouvoir attractif qui réside dans le soleil.

Les erreurs dont les observations sont susceptibles, et les petites altérations du mouvement elliptique des planètes, laissant un peu d'incertitude sur les résultats que nous venons de tirer des lois de ce mouvement ; on peut douter que la pesanteur solaire diminue exactement en raison inverse du quarré des distances. Mais pour peu qu'elle s'écartât de cette loi ; la différence serait très-sensible sur les mouvemens des périhélies des orbes planétaires. Le périhélie de l'orbe terrestre aurait un mouvement annuel de 200″, si l'on

augmentait seulement d'un dix millième, la puissance de la distance à laquelle la pesanteur solaire est réciproquement proportionnelle ; ce mouvement n'est que de 36″,4, suivant les observations, et nous en verrons ci-après, la cause ; la loi de la pesanteur réciproque au quarré des distances, est donc au moins, extrêmement approchée, et sa grande simplicité doit la faire admettre, tant que les observations ne forceront pas de l'abandonner. Sans doute, il ne faut pas mesurer la simplicité des lois de la nature, par notre facilité à les concevoir ; mais lorsque celles qui nous paraissent les plus simples, s'accordent parfaitement avec tous les phénomènes ; nous sommes bien fondés à les regarder comme étant rigoureuses.

La pesanteur des satellites vers le centre de leur planète, est un résultat nécessaire de la proportionnalité des aires décrites par leurs rayons vecteurs, aux tems ; et la loi de la diminution de cette force, en raison du quarré des distances, est indiquée par l'ellipticité de leurs orbes. Cette ellipticité est peu sensible dans les orbes des satellites de Jupiter, de Saturne et d'Uranus ; ce qui rend la loi de la diminution

de

de la pesanteur, difficile à constater par le mouvement de chaque satellite ; mais le rapport constant des quarrés des tems de leurs révolutions, aux cubes des grands axes de leurs orbites, l'indique avec évidence, en nous montrant que d'un satellite à l'autre, la pesanteur vers la planète, est réciproque au quarré des distances à son centre.

Cette preuve nous manque pour la terre qui n'a qu'un satellite ; on peut y suppleer par les considérations suivantes.

La pesanteur s'étend au sommet des plus hautes montagnes, et le peu de diminution qu'elle y éprouve, ne permet pas de douter qu'à des hauteurs beaucoup plus grandes, son action serait encore sensible. N'est-il pas naturel de l'étendre jusqu'à la lune, et de penser que la force qui retient cet astre dans son orbite, est sa pesanteur vers la terre ; de même que la pesanteur solaire retient les planètes dans leurs orbes respectifs? En effet, ces deux forces paraissent être de la même nature. Elles pénètrent, l'une et l'autre, les parties intimes de la matière, et les animent de la même vîtesse ; car on vient de voir que la pesanteur

solaire sollicite également tous les corps placés à la même distance du soleil; comme la pesanteur terrestre les fait tomber dans le vide, de la même hauteur, en tems égal.

Un projectile lancé horisontalement avec force, d'une grande hauteur, retombe au loin sur la terre, en décrivant une courbe sensiblement parabolique. Il retomberait plus loin, si sa vîtesse de projection était plus considérable, et en la supposant d'environ vingt-un mille pieds dans une seconde, le projectile, sans la résistance de l'atmosphère, ne retomberait point, et circulerait comme un satellite autour de la terre. Pour former la lune, de ce projectile; il ne faut que l'élever à la même hauteur que cet astre, et lui donner le même mouvement de projection.

Mais ce qui achève de démontrer l'identité de la tendance de la lune vers la terre, avec la pesanteur; c'est qu'il suffit pour avoir cette tendance, de diminuer la pesanteur terrestre, suivant la loi générale de la variation de la force attractive des corps célestes. Entrons dans les détails convenables à l'importance de cet objet.

La force qui écarte à chaque instant la lune,

de la tangente de son orbite, lui fait parcourir dans une seconde, un espace égal au sinus verse de l'arc qu'elle décrit dans le même tems ; puisque ce sinus est la quantité dont la lune, à la fin de la seconde, s'est éloignée de la direction qu'elle avait au commencement. On peut le déterminer par la distance de la lune à la terre, que la parallaxe lunaire donne en parties du rayon terrestre; mais pour avoir un résultat indépendant des inégalités du mouvement de la lune, il faut prendre pour sa parallaxe moyenne, la partie de cette parallaxe, qui est indépendante de ces inégalités. Cette partie relative au rayon mené du centre de gravité de la terre, à sa surface ; sur le parallèle dont le quarré du sinus de latitude est $\frac{1}{3}$, égale suivant les observations, 10556". Nous choisissons ce parallèle ; parce que l'attraction de la terre sur les points correspondans de sa surface, est à très-peu près comme à la distance de la lune, égale à la masse de la terre, divisée par le quarré de la distance à son centre de gravité. Le rayon mené d'un point de ce parallèle, au centre de gravité de la terre, est de 19614648 pieds ; il est facile d'en conclure que la force qui sollicite la lune vers la terre, la

fait tomber dans une seconde, de $0^{pi.},00312808$.
On verra ci-après, que l'action du soleil diminue la pesanteur lunaire, de sa 358ième partie ; il faut donc augmenter d'un 358ième, la hauteur précédente, pour la rendre indépendante de l'action du soleil, et alors elle devient $0^{pi.},00313682$. Mais dans son mouvement relatif autour de la terre, la lune est sollicitée par une force égale à la somme des masses de la terre et de la lune, divisée par le quarré de leur distance mutuelle ; ainsi pour avoir la hauteur dont la lune tomberait dans une seconde, par l'action seule de la terre, il faut diminuer l'espace précédent, dans le rapport de la masse de la terre, à la somme des masses de la terre et de la lune ; or les phénomènes du flux et du reflux de la mer m'ont donné la masse de la lune, égale à $\frac{1}{58,7}$ de celle de la terre ; en multipliant donc cet espace par $\frac{58,7}{59,7}$, on aura $0^{pi.},00308428$ pour la hauteur dont l'attraction de la terre fait tomber la lune pendant une seconde.

Comparons cette hauteur, à celle qui résulte des observations du pendule. Sur le parallèle

que nous considérons, la longueur du pendule à secondes est par le chapitre XII du premier livre, égale à $2^{pi.},280923$; ce qui donne $11^{pi.},25591$, pour l'espace que la pesanteur fait décrire dans une seconde. Mais sur ce parallèle, l'attraction de la terre est plus petite que la gravité, des deux tiers de la force centrifuge due au mouvement de rotation à l'équateur, et cette force est $\frac{1}{288}$ de la pesanteur; il faut donc augmenter l'espace précédent, de sa 432ième partie, pour avoir l'espace dû à l'action seule de la terre, qui sur ce parallèle, est égale à sa masse divisée par le quarré du rayon terrestre; on aura ainsi, $11^{pi.},28196$, pour cet espace. A la distance de la lune, il doit être diminué dans le rapport du quarré du rayon du sphéroïde terrestre, au quarré de la distance de cet astre; et il est visible qu'il suffit pour cela, de le multiplier par le quarré de la tangente de la parallaxe lunaire ou de 10556''; on aura donc $0^{pi.},00310187$, pour la hauteur dont la lune doit tomber dans une seconde, par l'attraction de la terre. Cette hauteur donnée par

les expériences du pendule, diffère peu de celle qui résulte de l'observation directe de la parallaxe ; et pour les faire coïncider, il suffit de diminuer de 20", la parallaxe lunaire, et de la réduire à 10536". Telle est donc la parallaxe qui résulte de la théorie de la pesanteur, et qui ne diffère pas d'un 500ième, de la parallaxe observée à laquelle je la crois préférable, vu l'exactitude des élémens qui servent à la déterminer. Il suffirait de supposer la masse de la lune, égale à $\frac{1}{89}$ de celle de la terre, comme elle résulte de la quantité de la nutation fixée par Bradley, pour avoir par la théorie de la pesanteur, la même parallaxe que suivant les observations ; mais tous les phénomènes des marées concourent à donner à ce satellite, une masse plus considérable, et telle à fort peu près, que celle dont nous venons de faire usage. Quoiqu'il en soit, la petite différence des deux parallaxes est dans les limites des erreurs des observations et des élémens employés dans le calcul ; il est donc certain que la force principale qui retient la lune dans son orbite, est la pesanteur terrestre affaiblie en raison du quarré de la distance. Ainsi, la loi de la diminution de la pesanteur, qui pour

les planètes accompagnées de plusieurs satellites, est prouvée par la comparaison de leurs révolutions et de leurs distances, est démontrée pour la lune, par la comparaison de son mouvement avec celui des projectiles à la surface de la terre. Déjà les observations du pendule faites au sommet des montagnes, indiquaient cette diminution de la pesanteur terrestre; mais elles étaient insuffisantes pour en découvrir la loi, à cause du peu de hauteur des montagnes les plus élevées, par rapport au rayon de la terre; il fallait un astre éloigné de nous, comme la lune, pour rendre cette loi très-sensible, et pour nous convaincre que la pesanteur sur la terre, n'est qu'un cas particulier d'une force répandue dans tout l'univers.

Chaque phénomène éclaire d'une lumière nouvelle, les lois de la nature, et les confirme; c'est ainsi que la comparaison des expériences sur la pesanteur, avec le mouvememt lunaire, nous montre clairement que l'on doit fixer l'origine des distances, au centre de gravité du soleil et des planètes, dans le calcul de leurs forces attractives; car il est visible que cela à lieu pour la terre dont la force attractive est de

la même nature que celles des planètes et du soleil.

Le soleil et les planètes accompagnées de satellites, étant doués d'une force attractive réciproque au quarré des distances; une forte analogie nous porte à étendre cette propriété, aux autres planètes. La sphéricité commune à tous ces corps, indique évidemment que leurs molécules sont réunies autour de leurs centres de gravité, par une force qui, à distances égales, les sollicite également vers ces points; mais la considération suivante ne laisse aucun doute à cet égard. On a vu que si les planetes et les comètes étaient placées à la même distance du soleil, leurs poids vers cet astre, seraient proportionnels à leurs masses; or c'est une loi générale de la nature, que la réaction est égale et contraire à l'action; tous ces corps réagissent donc sur le soleil, et l'attirent en raison de leurs masses, et par conséquent, ils sont doués d'une force attractive proportionnelle aux masses, et réciproque au quarré des distances. Par le même principe, les satellites attirent les planètes et le soleil suivant la même loi; cette propriété attractive est donc commune à tous les corps célestes.

Elle ne trouble point le mouvement elliptique d'une planète autour du soleil, lorsque l'on ne considère que leur action mutuelle. En effet, le mouvement relatif des corps d'un systême, ne change point, en leur donnant une vîtesse commune ; en imprimant donc en sens contraire au soleil et à la planète, le mouvement du premier de ces deux corps, et l'action qu'il éprouve de la part du second, le soleil pourra être regardé comme immobile ; mais alors, la planète sera sollicitée vers lui, par une force réciproque au quarré des distances, et proportionnelle à la somme de leurs masses ; son mouvement autour du soleil sera donc elliptique, et l'on voit par le même raisonnement, qu'il le serait encore, en supposant le systême de la planète et du soleil, emporté d'un mouvement commun dans l'espace. Il est pareillement visible que le mouvement elliptique d'un satellite n'est point troublé par le mouvement de translation de sa planète, et qu'il ne le serait point par l'action du soleil, si cette action était exactement la même sur la planète et sur le satellite.

Cependant, l'action d'une planète sur le soleil influe sur la durée de sa révolution qui devient

plus courte, quand la planète est plus considérable ; ensorte que le rapport du quarré du tems de sa révolution, au cube du grand axe de son orbite, dépend de sa masse. Mais puisque ce rapport est à très-peu prés le même pour toutes les planètes ; leurs masses doivent être fort petites, eu égard à celle du soleil ; ce qui est également vrai pour les satellites comparés à leur planète principale. Il suffit d'ailleurs, pour s'en convaincre, de considérer les volumes de ces differens corps.

La propriété attractive des corps celestes ne leur appartient pas seulement en masse ; mais elle est propre à chacune de leurs molécules. Si le soleil n'agissait que sur le centre de la terre, sans attirer particulièrement chacune de ses parties ; il en résulterait dans l'océan, des oscillations incomparablement plus grandes et très-différentes de celles que l'on y observe ; la pesanteur de la terre vers le soleil est donc le résultat des pesanteurs de toutes ses molécules qui, par conséquent, attirent le soleil, en raison de leurs masses respectives. D'ailleurs, chaque corps sur la terre pèse vers son centre, proportionnellement à sa masse ; il reagit donc sur elle, et l'attire suivant le même rapport.

Si cela n'était pas, et si une partie quelconque de la terre, quelque petite qu'on la suppose, n'attirait pas l'autre partie, comme elle en est attirée; le centre de gravité de la terre serait mû dans l'espace, en vertu de la pesanteur, ce qui est impossible.

Les phénomènes célestes comparés aux lois du mouvement, nous conduisent donc à ce grand principe de la nature, savoir, que *toutes les molécules de la matière s'attirent mutuellement, en raison des masses, et réciproquement au quarré des distances*. Déjà l'on entrevoit dans cette gravitation universelle, la cause des perturbations que les corps célestes éprouvent; car les planètes et les comètes étant soumises à leur action réciproque, elles doivent s'écarter un peu des lois du mouvement elliptique qu'elles suivraient exactement, si elles n'obéissaient qu'à l'action du soleil. Les satellites troublés dans leurs mouvemens autour de leurs planètes, par leur attraction mutuelle et par celle du soleil, s'écartent pareillement de ces lois. On voit encore que les molécules de chaque corps céleste, réunies par leur attraction, doivent former une masse à-peu-près sphérique, et que la résultante de leur

action à la surface du corps, doit y produire tous les phénomènes de la pesanteur. On voit pareillement que le mouvement de rotation des corps célestes doit altérer un peu la sphericité de leur figure et l'applatir aux pôles, et qu'alors la résultante de leurs actions mutuelles, ne passant point exactement par leurs centres de gravité, elle doit produire dans leurs axes de rotation, des mouvemens semblables à ceux que l'observation y fait appercevoir. Enfin, on entrevoit que les molécules de l'océan, inégalement attirées par le soleil et la lune, doivent avoir un mouvement d'oscillation pareil au flux et au reflux de la mer. Mais il convient de développer ces divers effets du principe général de la pesanteur, pour lui donner toute la certitude dont les vérités physiques sont susceptibles.

CHAPITRE II.

Des masses des planètes, et de la pesanteur à leur surface.

Il semble au premier coup d'œil, impossible de déterminer les masses respectives du soleil et des planètes, et de mesurer la hauteur dont la pesanteur fait tomber, dans un tems donné, les corps à leur surface. Mais, l'enchaînement des vérités, les unes aux autres, conduit à des résultats qui paraissaient inaccessibles, quand le principe dont ils dépendent, était inconnu. Ainsi, la mesure de l'intensité de la pesanteur sur les planètes, est devenue possible par la découverte de la gravitation universelle.

Reprenons les théorêmes sur la force centrifuge, exposés dans le livre précédent. Il en résulte que la pesanteur d'un satellite vers sa planète, est à la pesanteur de la terre vers le soleil, comme le rayon moyen de l'orbe du satellite, divisé par le quarré du tems de sa

révolution sydérale, est à la moyenne distance de la terre au soleil, divisée par le quarré d'une année sydérale. Pour ramener ces pesanteurs, à la même distance des corps qui les produisent; il faut les multiplier respectivement, par les quarrés des rayons des orbes qu'elles font décrire; et comme à distances égales, les masses sont proportionnelles à leurs attractions; la masse de la terre est à celle du soleil, comme le cube du rayon moyen de l'orbe du satellite, divisé par le quarré du tems de sa révolution sydérale, est au cube de la distance moyenne de la terre au soleil, divisé par le quarré de l'année sydérale.

Appliquons ce résultat à Jupiter. Pour cela, nous observerons que le rayon moyen de l'orbe du quatrième satellite, sous-tend à la moyenne distance de Jupiter au soleil, un angle de 1530″,86. Vu de la distance moyenne de la terre au soleil, ce rayon paraîtrait sous un angle de 7964″,75; le rayon du cercle renferme 636619″,8; ainsi les rayons moyens de l'orbe du quatrième satellite et de l'orbe terrestre, sont dans le rapport de ces deux derniers nombres. La durée de la révolution sydérale du quatrième satellite, est de 16$^{j.}$,6890;

et l'année sydérale est de $365^{j.},2564$. En partant de ces données, on trouve $\frac{1}{1066,08}$ pour la masse de Jupiter, celle du soleil étant représentée par l'unité. Il faut pour plus d'exactitude, augmenter d'une unité, le dénominateur de cette fraction, parce que la force qui retient Jupiter dans son orbite relative autour du soleil, est la somme des attractions du soleil et de Jupiter ; la masse de cette planète est donc $\frac{1}{1067,08}$.

J'ai déterminé par le même procédé, les masses de Saturne et d'Uranus. Celle de la terre peut être calculée de la même manière ; mais la méthode suivante est encore plus précise.

Si l'on prend pour unité, la moyenne distance de la terre au soleil ; l'arc décrit par la terre, dans une seconde de tems, sera le rapport de la circonférence au rayon, divisé par le nombre des secondes de l'année sydérale, ou par $36525638'',4$. En divisant le quarré de cet arc, par le diamètre, on aura $\frac{1479565}{10^{20}}$ pour son sinus verse ; c'est la quantité dont la terre tombe vers le soleil, pendant une seconde, en vertu de son mouvement relatif autour de cet astre. On a vu dans le chapitre précédent,

que sur le parallèle terrestre dont le quarré du sinus de latitude est $\frac{1}{3}$, l'attraction de la terre fait tomber les corps dans une seconde, de $11^{pi.},28196$. Pour réduire cette attraction, à la distance moyenne de la terre au soleil, il faut diviser ce produit par le nombre de pieds que renferme cette distance ; or le rayon terrestre, sur le parallèle que nous considérons, est de 19614648 pieds ; en divisant donc ce nombre, par la tangente de la parallaxe solaire ou de $27'',2$, on aura le rayon moyen de l'orbe terrestre, exprimé en pieds. Il suit delà, que l'effet de l'attraction de la terre, à la distance moyenne de cette planète au soleil, est égal au produit de la fraction $\frac{11,28196}{19614648}$. par le cube de la tangente de $27'',2$; il est par conséquent égal à $\frac{4,486113}{10^{20}}$. En retranchant cette fraction, de $\frac{1479565}{10^{20}}$; on aura $\frac{1479560,5}{10^{20}}$ pour l'effet de l'attraction du soleil, à la même distance. Les masses du soleil et de la terre sont donc dans le rapport des nombres 1479560,5 et 4,486118; d'où il suit que la masse de la terre est $\frac{1}{329809}$. Si la parallaxe du soleil est un peu différente de celle que nous avons admise ; la valeur de

la

la masse de la terre doit varier comme le cube de cette parallaxe, comparé à celui de 27″,2.

Les valeurs suivantes des masses des planètes qui n'ont point de satellites, ont été déterminées par les changemens séculaires que l'action de ces corps produit dans les élémens du système solaire. J'ai conclu les masses de Vénus et de Mars, de la diminution séculaire de l'obliquité de l'écliptique, supposée de 154″,3, et de l'accélération du moyen mouvement de la lune, en la fixant à 34″,36, pour le premier siècle, à partir de 1700. La masse de Mercure a été déterminée par son volume, et en supposant les densités de cette planète et de la terre, réciproques à leurs moyennes distances au soleil ; hypothèse, à la vérité, fort précaire, mais qui satisfait assez exactement aux densités respectives de la terre, de Jupiter et de Saturne. Il faudra rectifier toutes ces valeurs, quand le tems aura fait mieux connaître les variations séculaires des mouvemens et des orbes célestes. Les masses des planètes accompagnées de satellites, doivent être encore rectifiées par des observations très-précises de la plus grande élongation des satel-

lites à leurs planètes, sans négliger la considération de l'ellipticité de leurs orbes.

Masses des planètes, celle du soleil étant prise pour unité.

Mercure..............	$\frac{1}{2025810}$
Vénus..............	$\frac{1}{383137}$
La Terre..........	$\frac{1}{329809}$
Mars..............	$\frac{1}{1846082}$
Jupiter...........	$\frac{1}{1067,09}$
Saturne............	$\frac{1}{3359,40}$
Uranus.............	$\frac{1}{19504}$

Les densités des corps sont proportionnelles aux masses divisées par les volumes, et quand les corps sont à-peu-près sphériques, leurs volumes sont comme les cubes de leurs rayons; les densités sont donc alors comme les masses divisées par les cubes des rayons; mais pour

plus d'exactitude, il faut prendre pour le rayon d'une planète, celui qui correspond au parallèle dont le quarré du sinus de latitude est $\frac{1}{3}$, et qui est égal au tiers de la somme du rayon du pôle, et de deux fois le rayon de l'équateur. On trouve ainsi, qu'en prenant pour unité, la moyenne densité du soleil; celles de la terre, de Jupiter, de Saturne et d'Uranus, sont 3,93933; 0,86014; 0,49512; 1,13757. Nous devons observer que les erreurs des mesures des diamètres apparens des planètes, et l'irradiation dont nous n'avons point tenu compte par la difficulté de l'apprécier, peuvent influer très-sensiblement sur ces résultats. Nous observerons encore que la valeur précédente de la densité de la terre, est indépendante de la parallaxe solaire; car sa masse et son volume comparés au soleil, croissent l'un et l'autre, comme le cube de cette parallaxe.

Les mesures des plus grandes élongations des satellites à leurs planètes, et celles des diamètres planétaires, méritent particulièrement l'attention des observateurs; puisque de-là dépend la connaissance des masses et des densités des planètes. Newton a proposé un moyen

fort simple pour dépouiller les diamètres apparens, de l'effet de l'irradiation ; il consiste à observer pendant la nuit, la lumière d'une lampe, à travers une ouverture placée à une grande distance et assez petite pour ne laisser voir qu'une partie de la lampe. On diminue la vivacité de la lumière et l'ouverture, jusqu'à ce que la lampe paraisse exactement de la même grandeur et du même éclat que la planète. Le rapport de l'ouverture à sa distance à l'observateur, fera connaître avec beaucoup de précision, le diamètre de cette planète. On pourrait représenter ainsi les apparences de l'anneau de Saturne, et mesurer les dimensions de ses anneaux intérieur et extérieur, sur lesquelles l'irradiation laisse une grande incertitude.

Pour avoir l'intensité de la pesanteur, à la surface du soleil et des planètes ; considérons que si Jupiter et la terre étaient exactement sphériques et privés de leurs mouvemens de rotation, les pesanteurs à leur équateur, seraient proportionnelles aux masses de ces corps, divisées par les quarrés de leurs diamètres ; or à la moyenne distance du soleil à la terre, le diamètre de l'équateur de Jupiter

est de 626″,26, et celui de l'équateur de la terre est de 54″,5 ; en représentant donc par l'unité, le poids d'un corps à l'équateur terrestre, le poids de ce corps transporté à l'équateur de Jupiter serait 2,509 ; mais il faut diminuer ce poids d'environ un neuvième, pour avoir égard aux effets des forces centrifuges dues à la rotation de ces planètes. Le même corps pèserait 27,65, à l'équateur du soleil; et les graves y parcourent trois cents onze pieds, dans la première seconde de leur chûte.

CHAPITRE III.

Des perturbations du mouvement elliptique des planètes.

Si les planètes n'obéissaient qu'à l'action du soleil, elles décriraient autour de lui, des orbes elliptiques ; mais elles agissent les unes sur les autres ; elles agissent également sur le soleil, et de ces attractions diverses, il résulte dans

leurs mouvemens elliptiques, des perturbations que les observations font entrevoir, et qu'il est nécessaire de déterminer, pour avoir des tables exactes des mouvemens planétaires. La solution rigoureuse de ce problême, surpasse les moyens actuels de l'analyse, et nous sommes forcés de recourir aux approximations. Heureusement, la petitesse des masses des planètes, eu égard à celle du soleil, et le peu d'excentricité et d'inclinaison de leurs orbites, donnent de grandes facilités pour cet objet. Il reste encore très-compliqué, et l'analyse la plus délicate et la plus épineuse est indispensable, pour démêler dans le nombre infini des inégalités auxquelles les planètes sont assujetties, celles qui sont sensibles, et pour assigner leurs valeurs.

Les perturbations du mouvement elliptique des planètes, peuvent être partagées en deux classes très-distinctes ; les unes affectent les élémens du mouvement elliptique, elles croissent avec une extrême lenteur ; on les a nommées *inégalités séculaires*. Les autres dépendent de la configuration des planètes, soit entre elles, soit à l'égard de leurs nœuds et de leurs périhélies, et se rétablissent toutes les

fois que ces configurations redeviennent les mêmes ; elles ont été nommées *inégalités périodiques*, pour les distinguer des inégalités séculaires qui sont également périodiques, mais dont les périodes beaucoup plus longues sont indépendantes de la configuration mutuelle des planètes.

La manière la plus simple d'envisager ces diverses perturbations, consiste à imaginer une planète mue conformément aux lois du mouvement elliptique, sur une ellipse dont les élémens varient par des nuances insensibles ; et à concevoir en même-tems, que la vraie planète oscille autour de cette planète fictive, dans un très-petit orbe dont la nature dépend de ses inégalités périodiques. Ainsi, ses inégalités séculaires sont représentées par celles de la planète fictive, et ses inégalités périodiques sont représentées par son mouvement autour de la même planète.

Considérons d'abord les inégalités séculaires qui, en se développant avec les siècles, doivent changer à la longue, la forme et la position de tous les orbes planétaires. La plus importante de ces inégalités est celle qui peut affecter les moyens mouvemens des planètes. En compa-

rant entre elles, les observations faites depuis le renouvellement de l'astronomie ; le mouvement de Jupiter a paru plus rapide, et celui de Saturne, plus lent que par la comparaison de ces mêmes observations, aux observations anciennes. Les astronomes en ont conclu que le premier de ces mouvemens s'accélère, tandis que le second se rallentit de siècle en siècle ; et pour avoir égard à ces changemens, ils ont introduit dans les tables de ces planètes, deux équations séculaires croissantes comme les quarrés des tems, l'une additive au mouvement de Jupiter, et l'autre soustractive de celui de Saturne. Suivant Halley, l'équation séculaire de Jupiter est de 106",02 pour le premier siècle, à partir de 1700 ; l'équation correspondante de Saturne est de 256",94. Il était naturel d'en chercher la cause dans l'action mutuelle de ces deux planètes les plus considérables de notre systême. Euler qui s'en occupa le premier, trouva une équation séculaire égale pour ces deux planètes, et additive à leurs moyens mouvemens ; ce qui répugne aux observations. Lagrange obtint ensuite des résultats qui leur sont plus conformes ; d'autres géomètres trouvèrent d'autres équations.

Frappé de ces différences, j'examinai de nouveau cet objet, en apportant le plus grand soin à sa discussion, et je parvins à la véritable expression analytique de l'inégalité séculaire du moyen mouvement des planètes. En y substituant les valeurs numériques relatives à Jupiter et à Saturne, je fus surpris de voir qu'elle devenait nulle. Je soupçonnai que cela n'était point particulier à ces planètes, et que si l'on mettait cette expression, sous la forme la plus simple dont elle était susceptible, en réduisant au plus petit nombre, les diverses quantités qu'elle renferme, au moyen des relations qui existent entr'elles ; tous ses termes se détruiraient d'eux-mêmes. Le calcul confirma ce soupçon, et m'apprit qu'en général, les moyens mouvemens des planètes et leurs distances moyennes au soleil, sont invariables, du moins, quand on néglige les quatrièmes puissances des excentricités et des inclinaisons des orbites, et les quarrés des masses perturbatrices, ce qui est plus que suffisant pour les besoins actuels de l'astronomie. Lagrange a depuis, confirmé ce résultat, en faisant voir par une très-belle méthode, qu'il a lieu, en ayant même égard aux puissances et aux pro-

duits d'un ordre quelconque, des excentricités et des inclinaisons. Ainsi, les variations observées dans les moyens mouvemens de Jupiter et de Saturne, ne dépendent point de leurs inégalités séculaires.

La constance des moyens mouvemens des planètes et des grands axes de leurs orbites, est un des phénomènes les plus remarquables du système du monde. Tous les autres élémens des ellipses planétaires sont variables; ces ellipses s'appprochent ou s'éloignent insensiblement de la forme circulaire; leurs inclinaisons sur un plan fixe et sur l'écliptique, augmentent ou diminuent; leurs périhélies et leurs nœuds sont en mouvement. Ces variations produites par l'action mutuelle des planètes, s'exécutent avec tant de lenteur, que pendant plusieurs siècles, elles sont à-peu-près proportionnelles aux tems. Déjà, les observations les ont fait appercevoir; on a vu dans le premier livre, que le périhélie de l'orbe terrestre a un mouvement annuel direct, de 36",7, et que son inclinaison à l'équateur diminue, chaque année, de 154",3. Euler a développé, le premier, la cause de cette diminution que toutes les planètes con-

courent maintenant à produire, par la situation respective des plans de leurs orbes. Les observations anciennes ne sont pas assez précises, et les observations modernes sont trop rapprochées, pour fixer les quantités de ces grands changemens ; cependant, elles se réunissent à prouver leur existence, et à faire voir que leur marche est la même que celle qui dérive de la théorie de la pesanteur. On pourrait donc, au moyen de cette théorie, devancer les observations, et assigner les vraies valeurs des inégalités séculaires des planètes, si l'on avait exactement leurs masses ; mais nous ne connaissons encore que celles des planètes accompagnées de satellites ; les autres ne seront bien déterminées, que lorsque la suite des tems aura suffisamment développé ces inégalités, pour en conclure avec précision la grandeur de ces masses. Alors, on pourra remonter par la pensée, aux changemens successifs que le système planétaire a éprouvés ; on pourra prévoir ceux que les siècles à venir offriront aux observateurs ; et le géomètre embrassera d'un coup-d'œil, dans ses formules, tous les états passés et futurs de ce système. Le tableau du chapitre V du second livre ren-

ferme les variations séculaires qui résultent des valeurs assignées précédemment aux masses des planètes.

Ici, se présentent plusieurs questions intéressantes. Les ellipses planétaires ont-elles toujours été et seront-elles toujours, à-peu-près circulaires ? Quelques-unes des planètes n'ont-elles pas été originairement des comètes dont les orbes ont peu-à-peu approché du cercle, par l'attraction des autres planètes ? La diminution de l'obliquité de l'écliptique, continuera-t-elle au point de faire coïncider l'écliptique avec l'équateur, ce qui produirait l'égalité constante des jours et des nuits, sur toute la terre. L'analyse répond à ces questions, d'une manière satisfaisante. Je suis parvenu à démontrer que, quelque soient les masses des planètes, par cela seul qu'elles se meuvent toutes dans le même sens, et dans des orbes peu excentriques et peu inclinés les uns aux autres ; leurs inégalités séculaires sont périodiques et renfermées dans d'étroites limites, ensorte que le systême planétaire ne fait qu'osciller autour d'un état moyen dont il ne s'écarte jamais que d'une très-petite quantité. Les ellipses des planètes ont donc tou-

jours été et seront toujours, presque circulaires; d'où il suit qu'aucune planète n'a été primitivement une comète, du moins, si l'on n'a égard qu'à l'action mutuelle des corps du système planétaire. L'écliptique ne coïncidera jamais avec l'équateur, et l'étendue entière des variations de son inclinaison, ne peut pas excéder deux degrés.

Les mouvemens des orbes planétaires et des étoiles, embarasseront, un jour, les astronomes, lorsqu'ils chercheront à comparer des observations précises, éloignées par de longs intervalles de tems; déjà, cet embarras commence à se faire sentir; il est donc intéressant de pouvoir retrouver un plan invariable, au milieu de tous ces changemens. Il en existe un qui jouit de cette propriété remarquable, et auquel il est aussi naturel de rapporter les orbes des planètes, que le mouvement d'un système de corps, à son centre de gravité. Ce plan peut être facilement déterminé par la règle suivante.

Si à un instant quelconque, et sur un plan passant par le centre du soleil, on mène des droites, aux nœuds ascendans des orbes planétaires rapportés à ce dernier plan; si l'on

prend sur ces droites, à partir du centre du soleil, des lignes égales aux tangentes des inclinaisons des orbes, sur ce plan; si l'on suppose ensuite, aux extrémités de ces lignes, des masses proportionnelles aux masses des planètes, multipliées respectivement par les racines quarrées des paramètres des orbes, et par les cosinus de leurs inclinaisons; enfin, si l'on détermine le centre de gravité de ce nouveau systême de masses; la droite menée du centre du soleil, à ce point, sera la tangente de l'inclinaison du plan invariable, sur le plan donné; et en la prolongeant au-delà de ce point, jusqu'au ciel, elle y marquera la position de son nœud ascendant.

Quelque soient les changemens que la suite des siècles amène dans les orbes planétaires, et quelque soit le plan auquel on les rapporte, le plan déterminé par cette règle, sera toujours le même. Sa position dépend, à la vérité, des masses des planètes; mais celles qui sont accompagnées de satellites, ont le plus d'influence sur cette position, et les masses des autres planètes seront bientôt, suffisamment connues, pour la fixer avec exactitude. En adoptant les valeurs précédentes des masses

des planètes, et celles des élémens de leurs orbes, que renferme le tableau du chapitre V du second livre; on trouve que la longitude du nœud ascendant du plan invariable, était de 114°,4383, au commencement de 1750, et que son inclinaison à l'écliptique, était de 1°,7691, à la même époque.

Nous faisons abstraction des comètes qui, cependant, doivent entrer dans la détermination de ce plan invariable, puisqu'elles font partie du systême solaire. Il serait facile d'y avoir égard par la régle précédente, si leurs masses et les élémens de leurs orbes étaient connus. Mais dans l'ignorance où nous sommes sur ces objets, nous supposons les masses des comètes, assez petites pour que leur action sur le systême planétaire, soit insensible; et cela paraît fort vraisemblable, puisque la théorie de l'attraction mutuelle des planètes suffit pour représenter toutes les inégalités observées de leurs mouvemens. Au reste, si l'action des comètes est sensible à la longue, elle doit principalement altérer la position du plan que nous supposons invariable, et sous ce nouveau point de vue, la considération de ce plan sera encore utile,

si l'on parvient à reconnaître ses variations; ce qui présentera de grandes difficultés.

La théorie des inégalités séculaires et périodiques du mouvement des planètes, fondée sur la loi de la pesanteur universelle, a donné aux tables astronomiques, une précision qui prouve la justesse et l'utilité de cette théorie. Par son moyen, les tables solaires qui sécartaient de deux minutes au moins, des observations, ont acquis l'exactitude des observations mêmes. C'est sur-tout dans les mouvemens de Jupiter et de Saturne, que ces inégalités sont sensibles; elles s'y présentent sous une forme si compliquée, et la durée de leurs périodes est si considérable, qu'il eût fallu plusieurs siècles, pour en déterminer les lois par les seules observations que sur ce point, la théorie a dévancées.

Après avoir reconnu l'invariabilité des moyens mouvemens planétaires; je soupçonnai que les altérations observées dans les moyens mouvemens de Jupiter et de Saturne, venaient de l'action des comètes. Lalande avait remarqué dans le mouvement de Saturne, des irrégularités qui ne paraissaient pas dépendre de l'action de Jupiter; il trouvait ses retours

à

à l'équinoxe du printems, plus prompts dans ce siècle, que ses retours à l'équinoxe d'autonne, quoique les positions de Jupiter et de Saturne, soit entre eux, soit à l'égard de leurs périhélies, fussent à-peu-près les mêmes. Lambert avait encore observé que le moyen mouvement de Saturne, qui paraissait se rallentir de siècle en siècle, par la comparaison des observations modernes aux anciennes, semblait au contraire, s'accélérer, par la comparaison des observations modernes entre elles; tandis que le moyen mouvement de Jupiter, offrait des phénomènes opposés. Tout cela portait à croire que des causes indépendantes de l'action de Jupiter et de Saturne, avaient altéré leurs mouvemens. Mais en y réfléchissant davantage, la marche des variations observées dans les moyens mouvemens de ces deux planètes, me parût si bien d'accord avec leur attraction mutuelle; que je ne balançai point à rejetter l'hypothèse de toute action étrangére.

C'est un résultat remarquable de l'action réciproque des planètes, que si l'on n'a égard qu'aux inégalités qui ont de très-longues périodes; la somme des masses de chaque pla-

nète, divisées respectivement par les grands axes de leurs orbes, est toujours, à très-peu près constante. Delà il suit que les quarrés des moyens mouvemens étant réciproques aux cubes de ces axes ; si le mouvement de Saturne se rallentit par l'action de Jupiter, celui de Jupiter doit s'accélérer par l'action de Saturne, ce qui est conforme à ce que l'on observe. Je voyais de plus, que le rapport de ces variations était le même que suivant le théorême précédent. En supposant avec Halley, le retardement de Saturne de 256",94 pour le premier siècle, à partir de 1700 ; l'accélération correspondante de Jupiter serait de 109",80, et Halley avait trouvé 106,"02 par les observations. Il était donc fort probable que les variations observées dans les moyens mouvemens de Jupiter et de Saturne, sont un effet de leur action mutuelle ; et puisqu'il est certain que cette action ne peut y produire aucunes inégalités, soit constamment croissantes, soit périodiques, mais d'une période indépendante de la configuration de ces planètes, et qu'elle n'y cause que des inégalités relatives à cette configuration ; il était naturel de penser qu'il existe dans leur théorie,

une inégalité considérable de ce genre, dont la période est fort longue, et d'où naissent ces variations.

Les inégalités de cette espèce, quoique très-petites et presque insensibles dans les équations différentielles, augmentent considérablement par les intégrations, et peuvent acquérir de grandes valeurs, dans l'expression de la longitude des planètes. Il me fut aisé de reconnaître l'existence de semblables inégalités, dans les équations différentielles des mouvemens de Jupiter et de Saturne. Ces mouvemens approchent beaucoup d'être commensurables; et cinq fois le moyen mouvement de Saturne, est à très-peu près égal à deux fois celui de Jupiter. Delà je conclus que les termes qui ont pour argument, cinq fois la longitude moyenne de Saturne, moins deux fois celle de Jupiter, pouvaient devenir très-sensibles par les intégrations, quoiqu'ils fussent multipliés par les cubes et les produits de trois dimensions, des excentricités et des inclinaisons des orbites. Je regardai conséquemment ces termes, comme une cause fort vraisemblable des variations observées dans les moyens mouvemens de ces planètes. La

probabilité de cette cause, et l'importance de l'objet, me déterminerent à entreprendre le calcul pénible, nécessaire pour m'en assurer. Le résultat de ce calcul confirma pleinement ma conjecture, en me faisant voir, 1°. qu'il existe dans la théorie de Saturne, une grande inégalité de 9024″,7 dans son *maximum*, et dont la période est de 917 ans $\frac{3}{4}$; 2° que le mouvement de Jupiter est soumis à une inégalité correspondante, dont la période et la loi sont les mêmes, mais qui, affectée d'un signe contraire, ne s'élève qu'à 3856″,5.

C'est à ces deux inégalités auparavant inconnues, que l'on doit rapporter le rallentissement apparent de Saturne, et l'accélération apparente de Jupiter. Ces phénomènes ont atteint leur *maximum* vers 1560; depuis cette époque, les moyens mouvemens apparens de ces deux planètes, se sont rapprochés de leurs véritables moyens mouvemens, et ils leur ont été égaux, en 1790. Voilà pourquoi Halley, en comparant les observations modernes aux anciennes, trouva le moyen mouvement de Saturne, plus lent, et celui de Jupiter, plus rapide, que par la comparaison des observations modernes entre elles; au lieu que ces dernières ont in-

diqué à Lambert, une accélération dans le mouvement de Saturne, et un retardement dans celui de Jupiter; et il est remarquable que les quantités de ces phénomènes, déduites des seules observations par Halley et Lambert, sont à très-peu près celles qui résultent des deux grandes inégalités dont je viens de parler. Si l'astronomie eût été renouvellée quatre siècles et demi plus tard, les observations auraient présenté des phénomènes contraires; les moyens mouvemens que l'astronomie d'un peuple assigne à Jupiter et à Saturne, peuvent donc nous éclairer sur le tems où elle a été fondée. On trouve ainsi, que les Indiens ont déterminé les moyens mouvemens de ces planètes, dans la partie de la période des inégalites précédentes, ou le moyen mouvement de Saturne était le plus lent, et celui de Jupiter, le plus rapide. Deux de leurs principales époques astronomiques dont l'une remonte à l'an 3102 avant l'ère chrétienne, et dont l'autre se rapporte à l'an 1491, remplissent à-peu-près cette condition.

Le rapport presque commensurable des mouvemens de Jupiter et de Saturne, donne naissance à d'autres inégalités très-sensibles. La

plus considérable affecte le mouvement de Saturne ; elle se confondrait avec l'équation du centre, si le double du moyen mouvement de Jupiter, était exactement égal à cinq fois celui de Saturne. C'est d'elle que vient en grande partie, la différence observée dans ce siècle, entre les durées des retours de Saturne aux équinoxes du printems et d'automne. En général, lorsque j'eus reconnu ces diverses inégalités, et déterminé avec plus de soin qu'on ne l'avait fait encore, celles que l'on avait déjà soumises au calcul ; je vis tous les phénomènes observés dans le mouvement de ces deux planètes, s'adapter naturellement à la théorie; ils semblaient auparavant, faire une exception à la loi de la pesanteur universelle ; et ils en sont devenus une des preuves les plus frappantes.

Je ne puis m'empêcher ici, de comparer ces effets réels du rapport qui existe entre les moyens mouvemens de Jupiter et de Saturne, avec ceux que l'astrologie lui avait attribués. En vertu de ce rapport, si la conjonction des deux planètes arrive au premier point d'aries ; environ vingt ans après, elle a lieu dans le signe du Sagittaire, et vingt ans encore après,

elle arrive dans le signe du lion. Elle continue d'avoir lieu dans ces trois signes, pendant près de deux cents ans ; ensuite, elle parcourt de la même manière, dans les deux cents années suivantes, les trois signes du Taureau, du Capricorne et de la Vierge ; elle emploie pareillement deux siècles, à parcourir les signes des Gémeaux, du Verseau et de la Balance ; enfin, dans les deux siècles suivans, elle parcourt les signes de l'Ecrevisse, des Poissons et du Scorpion, et recommence après, dans le signe d'aries. Delà se compose une grande année dont chaque saison est de deux siècles. On attribuait une diverse température, à ces différentes saisons, ainsi qu'aux signes qui leur répondent ; l'ensemble de ces trois signes se nommait *trigone* ; le premier trigone était celui du feu ; le second, celui de la terre ; le troisième, celui de l'air, et le quatrième, celui de l'eau. On conçoit que l'astrologie a dû faire un grand usage de ces trigones que Kepler lui-même a expliqués avec beaucoup de détail, dans plusieurs de ses ouvrages. Mais il est remarquable que la saine astronomie, en faisant disparaître cette influence imaginaire du rapport qu'ont entre eux, les moyens mouve-

mens de Jupiter et de Saturne, ait reconnu dans ce rapport, la source des plus grandes perturbations du système planétaire.

La planète Uranus, quoique nouvellement découverte, offre déjà des indices incontestables des perturbations qu'elle éprouve par l'action de Jupiter et de Saturne. Les lois du mouvement elliptique ne satisfont point exactement à ses positions observées, et pour les représenter, il faut avoir égard à ses perturbations. Leur théorie, par un accord très-remarquable, la place dans les années 1769, 1756, et 1690, aux mêmes points du ciel, où le Monnier, Mayer et Flamsteed avaient déterminé la position de trois étoiles que l'on ne retrouve plus aujourd'hui ; ce qui ne laisse aucun doute sur l'identité de ces astres, avec la nouvelle planète.

CHAPITRE IV.

Des perturbations du mouvement elliptique des Comètes.

L'ACTION des planètes produit dans le mouvement des comètes, des inégalités principalement sensibles sur les intervalles de leurs retours au périhélie. Halley ayant remarqué que les élémens des orbites des comètes observées en 1531, 1607, et 1682, étaient à fort peu près les mêmes; il en conclud qu'ils appartenaient à la même comète qui, dans l'espace de 151 ans, avait fait deux révolutions. A la vérité, la durée de la révolution de 1531 à 1607, a été de treize mois plus longue que celle de la révolution de 1607 à 1682; mais ce grand astronome crut avec raison, que l'attraction des planètes, et principalement, celle de Jupiter et de Saturne, avait pu occasionner cette différence; et d'après une estimation vague de cette action, pendant le

cours de la période suivante, il jugea qu'elle devait retarder le prochain retour de la comète, et il le fixa à la fin de 1758, ou au commencement de 1759. Cette annonce était trop importante par elle-même, elle était liée trop intimément à la théorie de la pesanteur universelle dont les géomètres, vers le milieu de ce siècle, s'occupaient à étendre les applications ; pour ne pas exciter la curiosité de tous ceux qui s'intéressaient au progrès des sciences Dès l'année 1757, les astronomes cherchèrent cette comète, et Clairant qui l'un des premiers avait résolu le problême des trois corps, appliqua sa solution, à la détermination des inégalités que la comète avait éprouvées par l'action de Jupiter et de Saturne. Le 14 novembre 1758, il annonça à l'académie des sciences, que la durée du retour de la comète à son périhélie, serait d'environ 618 jours plus longue dans la période actuelle, que dans la précédente, et qu'en conséquence, la comète passerait à son périhélie, vers le milieu d'avril 1759. Il observa en même-tems, que les petites quantités négligées dans ses approximations, pouvaient avancer ou reculer ce terme, d'un mois ; il remarqua d'ailleurs,

« qu'un corps qui passe dans des régions aussi » éloignées, et qui échappe à nos yeux pen- » dant des intervalles aussi longs, pourrait » être soumis à des forces totalement incon- » nues, telles que l'action des autres comètes, » ou même de quelque planète toujours trop » distante du soleil pour être jamais apperçue ». Le géomètre eut la satisfaction de voir sa prédiction accomplie. La comète passa au périhélie, le 12 mars 1759, dans les limites des erreurs dont il croyait son résultat susceptible. Après une nouvelle révision de ses calculs, Clairant a fixé depuis, ce passage au quatre avril, et il l'aurait avancé jusqu'au vingt-cinq mars, c'est-à-dire à treize jours seulement de distance de l'observation, s'il eût employé la masse de Saturne donnée dans le second chapitre. Cette différence paraîtra bien petite, si l'on considère le grand nombre des quantités négligées, et l'influence qu'a pu avoir la planète Uranus dont l'existence au tems de Clairant, était inconnue.

Remarquons à l'avantage des progrès de l'esprit humain, que cette comète qui dans ce siècle, a excité le plus vif intérêt parmi les géomètres et les astronomes, avait été vue

d'une manière bien différente, quatre révolutions auparavant, en 1456. La longue queue qu'elle traînait après elle, répandit la terreur dans l'Europe déjà consternée des succès rapides des Turcs qui venaient de détruire l'empire grec ; le pape Calixte ordonna à ce sujet, une prière par laquelle on conjurait la comète et les Turcs. Dans ces tems d'ignorance, on était loin de penser que le seul moyen de connaître la nature, est de l'interroger par l'observation et le calcul. Suivant que les phénomènes arrivaient et se succédaient avec régularité, ou sans ordre apparent ; on les faisait dépendre des causes finales, ou du hasard, et lorsqu'ils offraient quelque chose d'extraordinaire, et semblaient contrarier l'ordre naturel, on les regardait comme autant de signes de la colère céleste. Mais ces causes imaginaires ont été successivement reculées avec les bornes de nos connaissances, et disparaissent entièrement devant la saine philosophie qui ne voit en elles, que l'expression de l'ignorance où nous sommes, des véritables causes.

Aux frayeurs qu'inspirait alors l'apparition des comètes, a succédé la crainte que dans le

grand nombre de celles qui traversent dans tous les sens le systême planetaire, l'une d'elles bouleverse la terre. Elles passent si rapidement près de nous, que les effets de leur attraction ne sont point à redouter. Ce n'est qu'en choquant la terre, qu'elles peuvent y produire de funestes ravages. Mais ce choc, quoique possible, est si peu vraisemblable dans le cours d'un siècle ; il faudrait un hasard si extraordinaire, pour la rencontre de deux corps aussi petits relativement à l'immensité de l'espace dans lequel ils se meuvent ; que l'on ne peut concevoir à cet égard, aucune crainte raisonnable. Cependant, la petite probabilité d'une pareille rencontre, peut, en s'accumulant pendant une longue suite de siècles, devenir très-grande. Il est facile de se représenter les effets de ce choc sur la terre. L'axe et le mouvement de rotation changés ; les mers abandonnant leur ancienne position, pour se précipiter vers le nouvel équateur ; une grande partie des hommes et des animaux, noyée dans ce déluge universel, ou détruite par la violente secousse imprimée au globe terrestre ; des espèces entières anéanties ; tous les monumens de l'industrie humaine, renversés ; tels

sont les désastres que le choc d'une comète a dû produire. On voit alors, pourquoi l'océan a recouvert de hautes montagnes sur lesquelles il a laissé des marques incontestables de son séjour ; on voit comment les animaux et les plantes du Midi, ont pu exister dans les climats du Nord où l'on retrouve leurs dépouilles et leurs empreintes ; enfin, on explique la nouveauté du monde moral dont les monumens ne remontent guère, au-delà de trois mille ans. L'espèce humaine réduite à un très-petit nombre d'individus et à l'état le plus déplorable, uniquement occupée pendant très-long-tems, du soin de se conserver, a dû perdre entièrement le souvenir des sciences et des arts ; et quand les progrès de la civilisation en ont fait sentir de nouveau, les besoins ; il a fallu tout recommencer, comme si les hommes eussent été placés nouvellement sur la terre. Quoiqu'il en soit de cette cause assignée par quelques philosophes, à ces phénomènes ; je le répète, on doit être parfaitement rassuré sur un aussi terrible événement, pendant le court intervalle de la vie. Mais l'homme est tellement disposé à recevoir l'impression de la crainte, que l'on a vu en

1773, la plus vive frayeur se répandre dans Paris, et delà se communiquer à toute la France, sur la simple annonce d'un mémoire dans lequel Lalande déterminait celles des comètes observées, qui peuvent le plus approcher de la terre ; tant il est vrai que les erreurs, les superstitions, les vaines terreurs, et tous les maux qu'entraîne l'ignorance, se reproduiraient promptement, si la lumière des sciences venait à s'éteindre.

CHAPITRE V.

Des perturbations du mouvement de la Lune.

LA lune est à-la-fois, attirée par le soleil et par la terre ; mais son mouvement autour de la terre, n'est troublé que par la différence des actions du soleil sur ces deux corps. Si le soleil était à une distance infinie, il agirait sur eux, également et suivant des droites parallèles ;

leur mouvement relatif ne serait donc point troublé par cette action qui leur serait commune. Mais sa distance, quoique très-grande par rapport à celle de la lune, ne peut pas être supposée infinie ; la lune est alternativement plus près et plus loin du soleil, que la terre, et la droite qui joint son centre à celui du soleil, forme des angles plus ou moins aigus avec le rayon vecteur terrestre. Ainsi, le soleil agit inegalement et suivant des directions différentes, sur la terre et sur la lune; et de cette diversité d'actions, il doit résulter dans le mouvement lunaire, des inégalités dépendantes des positions respectives de la lune et du soleil. Pour les déterminer, il faut considérer à-la-fois, l'action mutuelle et les mouvemens de ces trois corps, le soleil, la terre et la lune. C'est en cela que consiste le fameux problême des trois corps, dont la solution rigoureuse surpasse les forces de l'analyse, mais que la proximité de la lune eu égard à sa distance au soleil, et à la petitesse de sa masse, par rapport à celle de la terre, permettent de résoudre par approximation. Cependant, l'analyse la plus délicate est nécessaire pour démêler tous les termes dont l'influence

est

est sensible ; les premiers pas que l'on a faits dans cette analyse, en sont la preuve.

Euler, Clairant et Dalembert qui résolurent les premiers, et à-peu-près dans le même tems, le problême des trois corps, s'accordèrent à trouver par la théorie de la pesanteur, le mouvement du périgée lunaire, la moitié plus petit que suivant les observations. Clairant en conclut que la loi de l'attraction n'est pas aussi simple qu'on l'avait cru jusqu'alors, et qu'elle est composée de deux parties dont la première réciproque au quarré de la distance, est seule sensible aux grandes distances des planètes au soleil, et dont la seconde croissant dans un plus grand rapport, quand la distance diminue, devient sensible à la distance de la lune à la terre. Cette conclusion fut vivement attaquée par Buffon ; il se fondait sur ce que les lois primordiales de la nature, devant être les plus simples, elles ne peuvent dépendre que d'un module, et leur expression ne peut renfermer qu'un seul terme. Cette considération doit nous porter sans doute, à ne compliquer la loi de l'attraction, que dans un besoin extrême ; mais l'ignorance où nous sommes, de la nature de cette force, ne per-

met pas de prononcer avec assurance, sur la simplicité de son expression. Quoiqu'il en soit; le métaphysicien eut raison, cette fois, vis-à-vis du géomètre qui reconnut lui-même son erreur, et fit l'importante remarque, qu'en poussant plus loin l'approximation, la loi de la pesanteur réciproque au quarré des distances, donne le mouvement du périgée lunaire, exactement conforme aux observations; ce qui a été confirmé depuis, par tous ceux qui se sont occupés de cet objet. Il n'est pas possible sans le secours de l'analyse, de faire sentir les rapports de toutes les inégalités du mouvement de la lune, à l'action du soleil combinée avec celle de la terre sur ce satellite. Nous observerons que la théorie de la pesanteur universelle a non-seulement expliqué les mouvemens du nœud et du périgée de l'orbe lunaire, et les trois grandes inégalités désignées par les noms de *variation*, *d'évection* et *d'équation annuelle*, et que les astronomes avaient déjà reconnues; mais qu'elle en a fait connaître un grand nombre d'autres moins considérables, qu'il eût été presque impossible de démêler et de fixer par les seules observations. Plus cette théorie a été perfectionnée; plus les tables de

la lune ont acquis d'exactitude ; cet astre jadis si rebelle, s'en écarte très-peu maintenant ; mais pour leur donner la précision qui leur manque encore, il faudra des recherches au moins aussi étendues que celles qui ont été faites ; car en tout genre, les derniers pas pour arriver à la perfection, sont les plus difficiles.

Cependant, on peut sans analyse, rendre raison de l'équation annuelle de la lune et de son équation séculaire. Je m'arrêterai d'autant plus volontiers à exposer les causes de ces équations, que l'on en verra naître les plus grandes inégalités de la lune, que la suite des siècles doit développer aux observateurs, et qui, jusqu'à présent, sont presque insensibles.

Dans ses conjonctions avec le soleil, la lune en est plus près que la terre, et en éprouve une action plus considérable ; la différence des attractions du soleil sur ces deux corps, tend donc alors à diminuer la pesanteur de la lune vers la terre. Pareillement, dans les oppositions de la lune au soleil, ce satellite plus éloigné du soleil que la terre, en est plus faiblement attiré ; la différence des actions du soleil, tend donc encore à diminuer la pesan-

teur de la lune. Dans ces deux cas, cette diminution est à très-peu près la même, et égale à deux fois le produit de la masse du soleil, par le quotient du rayon de l'orbe lunaire, divisé par le cube de la distance du soleil à la terre. Dans les quadratures, l'action du soleil sur la lune, décomposée suivant le rayon de l'orbe lunaire, tend à augmenter la pesanteur de la lune vers la terre ; mais l'accroissement de sa pesanteur n'est que la moitié de la diminution qu'elle éprouve dans les sysigies. Ainsi, de toutes les actions du soleil sur la lune, dans le cours de sa révolution synodique, il résulte une force moyenne dirigée suivant le rayon vecteur lunaire, qui diminue la pesanteur de ce satellite, et qui est égale à la moitié du produit de la masse du soleil, par le quotient du rayon de l'orbe lunaire, divisé par le cube de la distance du soleil à la terre.

Pour avoir le rapport de ce produit, à la pesanteur de la lune; nous observerons que cette pesanteur qui la retient dans son orbite, est à très-peu près égale à la somme des masses de la terre et de la lune, divisée par le quarré de leur distance mutuelle ; et que la force qui retient la terre dans son orbite, égale à fort

peu près, la masse du soleil, divisée par le quarré de sa distance à la terre. Suivant la théorie des forces centrales, exposée dans le second livre, ces deux forces sont comme les rayons des orbes du soleil et de la lune, divisés respectivement par les quarrés des tems des révolutions de ces astres; d'où il suit que le produit précédent est à la pesanteur lunaire, comme le quarré du tems de la révolution sydérale de la lune, est au quarré du tems de la révolution sydérale de la terre; ce produit est donc à fort peu-près $\frac{1}{179}$ de la pesanteur lunaire qui, par l'action moyenne de la lune, est ainsi diminuée de sa 358ième partie.

En vertu de cette diminution, la lune est soutenue à une plus grande distance de la terre, que si elle était abandonnée à l'action entière de sa pesanteur. Le secteur décrit par son rayon vecteur autour de la terre, n'en est point altéré; puisque la force qui la produit, est dirigée suivant ce rayon. Mais la vîtesse réelle et le mouvement angulaire de cet astre, sont diminués, et il est facile de voir qu'en éloignant la lune, de manière que sa force centrifuge soit égale à sa pesanteur diminuée par l'action du soleil, et que son rayon vecteur

décrive le même secteur qu'il eût décrit sans cette action ; ce rayon sera augmenté de sa 358ième partie, et le mouvement angulaire sera diminué d'un 179ième.

Ces quantités varient réciproquement aux cubes des distances du soleil à la terre. Quand le soleil est périgée, son action devenue plus puissante, dilate l'orbe de la lune ; mais cet orbe se contracte à mesure que le soleil s'avance vers son apogée. La lune décrit donc dans l'espace, une suite d'épicicloïdes dont les centres sont sur l'orbe terrestre, et qui se dilatent ou se resserrent, suivant que la terre s'approche ou s'éloigne du soleil. De-là résulte dans le mouvement lunaire, une équation semblable à l'équation du centre du soleil, avec cette différence, qu'elle rallentit ce mouvement, quand celui du soleil augmente, et qu'elle l'accélère, quand le mouvement du soleil diminue, ensorte que ces deux équations sont affectées d'un signe contraire. Le mouvement angulaire du soleil est, comme on l'a vu dans le premier livre, réciproque au quarré de sa distance ; dans le périgée, cette distance étant d'un soixantième plus petite que sa grandeur moyenne, la vîtesse angulaire est aug-

mentée d'un trentième ; la diminution d'un 179ième, produite par l'action du soleil, dans le mouvement lunaire, est alors plus grande d'un vingtième ; l'accroissement de cette diminution est donc la 3580ième partie de ce mouvement ; d'où il suit que l'équation du centre du soleil, est à l'équation annuelle de la lune, comme un trentième du mouvement solaire, est à un 3580ième du mouvement lunaire, ce qui donne 2398″ pour l'équation annuelle. Elle est d'un septième environ, plus petite, suivant les observations ; cette différence dépend des quantités négligées dans ce premier calcul.

Une cause semblable à celle de l'équation annuelle, produit l'équation séculaire de la lune. Halley a remarqué le premier, cette équation que Dunthorne et Mayer ont confirmée par une discussion approfondie des observations. Ces deux savans astronomes ont reconnu que le même moyen mouvement de la lune, ne peut pas satisfaire aux observations modernes, et aux éclipses observées par les Caldéens et par les Arabes. Ils ont essayé de les représenter, en ajoutant aux longitudes moyennes de ce satellite, une quantité propor-

tionnelle au quarré du nombre des siècles écoulés avant ou après 1700. Suivant Dunthorne, cette quantité est de 30″,9 pour le premier siècle ; Mayer l'a faite de 21″,6 dans ses premières tables de la lune, et l'a portée à 27″,8 dans les dernières. Enfin, Lalande par une discussion nouvelle de cet objet, a été conduit à très-peu près au résultat de Dunthorne.

Les observations arabes dont on a principalement fait usage, sont deux éclipses de soleil et une éclipse de lune, observées par Ibn Junis, près du Caire, en 977, 978 et 979 ; elles ont paru suspectes à quelques astronomes ; mais un examen attentif en a fait reconnaître la réalité. D'ailleurs, les observations modernes comparées à celles des Caldéens, suffisent pour établir l'existence de l'équation séculaire de la lune. En effet, de Lambre a déterminé au moyen d'un grand nombre d'observations du dernier siècle et de celui-ci, le mouvement séculaire actuel de ce satellite, avec une précision qui laisse à peine une incertitude de quelques secondes ; il ne l'a trouvé que de 77″ environ plus petit que celui de Mayer, tandis que les observations

anciennes donnent un mouvement séculaire moindre de six ou sept cents secondes. Le mouvement lunaire s'est donc accéléré depuis les Caldéens ; et les observations arabes faites dans l'intervalle qui nous en sépare, venant à l'appui de ce résultat, il est impossible de le révoquer en doute.

Maintenant, qu'elle est la cause de ce phénomène ? la gravitation universelle qui nous a fait si bien connaître les nombreuses inégalités de la lune, rend-elle également raison de son inégalité séculaire ? Ces questions sont d'autant plus intéressantes à résoudre, que si l'on y parvient, on aura la loi des variations séculaires du mouvement de la lune ; car on sent que l'hypothèse d'une accélération proportionnelle au tems, admise par les astronomes, n'est qu'approchée, et ne doit pas s'étendre à un tems illimité.

Cet objet a beaucoup exercé les géomètres ; mais leurs recherches pendant long-tems infructueuses, n'ayant fait découvrir, soit dans l'action du soleil et des planètes sur la lune, soit dans les figures non sphériques de ce satellite et de la terre, rien qui puisse altérer sensiblement son moyen mouvement ; quelques-uns

avaient pris le parti de rejetter son équation séculaire ; d'autres, pour l'expliquer, avaient eu recours à différens moyens, tels que l'action des comètes, la résistance de l'éther, et la transmission successive de la gravité. Cependant, la correspondance des autres phénomènes célestes avec la théorie de la pesanteur, est si parfaite ; que l'on ne peut voir sans regret, l'équation séculaire de la lune, se refuser à cette théorie, et faire seule exception à une loi générale et simple dont la découverte, par la grandeur et la variété des objets qu'elle embrasse, fait tant d'honneur à l'esprit humain. Cette réflexion m'ayant déterminé à considérer de nouveau ce phénomène ; après quelques tentatives, je suis enfin parvenu à découvrir sa cause.

L'équation séculaire de la lune est due à l'action du soleil sur ce satellite, combinée avec la variation de l'excentricité de l'orbe terrestre. Pour nous former une idée juste de cette cause, rappellons-nous que les élémens de l'orbe de la terre, éprouvent des altérations par l'action des planètes ; son grand axe reste toujours le même ; mais son excentricité, son inclinaison sur un plan fixe, la position de ses

nœuds et de son périhélie, varient sans cesse. Rappellons-nous encore que l'action du soleil sur la lune, diminue d'un 179ième, sa vîtesse augulaire, et que ce coëfficient numérique varie réciproquement au cube de la distance de la terre au soleil ; or en développant la puissance cubique inverse de cette distance, dans une série ordonnée par rapport aux sinus et aux cosinus du moyen mouvement de la terre, et de ses multiples, et en prenant pour unité, le demi-grand axe de l'orbe terrestre; on trouve que cette série contient un terme égal à trois demi du quarré de l'excentricité de cet orbe ; l'expression de la diminution de la vîtesse angulaire de la lune, renferme donc un terme égal au 179ième de cette vîtesse, multiplié par trois demi du quarré de cette excentricité, ou, ce qui revient au même, égal au produit de ce quarré, par la vîtesse augulaire de la lune, divisée par 119,33. Si l'excentricité de l'orbe terrestre était constante, ce terme se confondrait avec la vîtesse moyenne angulaire de la lune ; mais sa variation, quoique très-petite, a une influence sensible à la longue, sur le mouvement lunaire. Il est visible qu'il

accélère ce mouvement, quand l'excentricité diminue, ce qui a eu lieu depuis les observations anciennes jusqu'à nos jours ; cette accélération se changera en retardement, quand l'excentricité parvenue à son *minimum*, cessera de diminuer, pour commencer à croître.

Dans l'intervalle de 1700 à 1800, le quarré de l'excentricité de l'orbe terrestre diminue de 0,0000015325, le demi-grand axe étant pris pour unité ; l'accroissement correspondant de la vîtesse augulaire de la lune, est donc 0,0000000128425 de cette vîtesse. cet accroissement ayant lieu successivement, et proportionnellement au tems, son effet sur le mouvement de la lune, est la moitié moindre que si dans tout le cours du siècle, il était le même qu'à la fin ; il faut donc pour déterminer cet effet ou l'équation séculaire de la lune, à la fin d'un siècle à partir de 1700, multiplier le mouvement séculaire de la lune, par la moitié du très-petit accroissement de sa vîtesse augulaire ; or dans un siècle, le mouvement de la lune est de 5347405454″; on aura ainsi 34″,337 pour son équation séculaire.

Tant que la diminution du quarré de l'ex-

centricité de l'orbe terrestre pourra être supposée proportionelle au tems, l'équation séculaire de la lune croîtra sensiblement comme le quarré du tems ; il suffira donc de multiplier 34",337, par le quarré du nombre des siècles compris entre 1700, et le tems pour lequel on calcule. Mais j'ai reconnu qu'en remontant aux observations Caldéennes, le terme proportionnel au cube du tems, dans l'expression en série, de l'équation séculaire de la lune, devenait sensible. Ce terme est égal à 0",13574, pour le premier siècle ; il doit être multiplié par le cube du nombre des siècles, à partir de 1700, ce produit étant négatif pour les siècles antérieurs à cette époque.

En comparant les observations, à cette théorie ; on trouve entre elles, un accord qui paraît surprenant, quand on considère l'imperfection des observations anciennes, la manière vague dont elles ont été transmises, et l'incertitude que laisse encore sur les variations de l'excentricité de l'orbe de la terre, celle où nous sommes sur les masses de Vénus et de Mars.

Il est remarquable que la diminution de l'excentricité de l'orbe terrestre, soit beaucoup

plus sensible dans le mouvement de la lune; que par elle-même. Cette diminution qui depuis la plus ancienne éclipse dont nous ayons connaissance, n'a pas altéré de quinze minutes, l'équation du centre du soleil ; a produit deux degrés de variation, dans la longitude de la lune. On pouvait à peine, la soupçonner d'après les observations d'Hypparque ; mais les éclipses anciennes la rendent incontestable.

L'équation séculaire de la lune, périodique comme les variations de l'excentricité de l'orbe de la terre, ne se rétablit comme elle, qu'après plusieurs millions d'années. L'excessive lenteur avec laquelle cette inégalité varie, l'aurait rendue insensible depuis les anciennes observations, si sa valeur en s'élevant à plusieurs circonférences, ne produisait pas des différences considérables, dans les mouvemens séculaires observés à différentes époques, différences qui depuis les Caldéens, n'ont été que de seize ou dix-sept minutes, mais qui seront un jour, de plusieurs degrés. L'excentricité de l'orbe terrestre, maintenant fort petite, deviendra au moins trois fois plus grande ; en multipliant l'augmentation de son

quarré, par le mouvement séculaire de la lune, le produit divisé par 119,33 sera la diminution séculaire de ce mouvement, diminution qui surpassera dix degrés. Les siècles à venir développeront ces grands changemens dont l'analyse fait connaître les lois, et l'on pourrait ainsi, devancer les observations, si les masses des planètes étaient bien déterminées; mais cette détermination si désirable pourla perfection des théories astronomiques, nous manque encore. Heureusement, Jupiter dont nous connaissons exactement la masse, est celle des planètes qui a le plus d'influence sur l'équation séculaire de la lune.

Le rayon de l'orbe lunaire augmente et diminue avec l'excentricité de l'orbe terrestre. On a vû que l'action solaire augmente d'un 358ième, la distance moyenne de la lune à la terre; le terme qui dans l'expression de cette action, est proportionnel à trois demi du quarré de l'excentricité de l'orbe terrestre, augmente donc la parallaxe lunaire, d'une quantité égale au produit de cette parallaxe, par la 239ième partie de ce quarré; ainsi, en supposant même que ce quarré devienne neuf fois plus grand, la parallaxe lunaire ne sera

pas augmentée d'un dixième de seconde, ce qui est insensible ; il n'est donc point à craindre que la lune se précipite, un jour, sur la terre, comme cela aurait lieu, si son équation séculaire était due à la résistance de l'éther

Les variations de l'excentricité de l'orbe lunaire sont pareillement insensibles ; celles du mouvement des nœuds et du périgée, sont assez grandes, pour qu'il soit nécessaire d'y avoir égard dans les recherches qui auront pour objet, la perfection de la théorie de la lune.

L'action moyenne du soleil sur ce satellite dépend encore de l'inclinaison de l'orbe lunaire à l'écliptique, et l'on pourrait croire que la position de l'écliptique étant variable, il doit en résulter dans le mouvement de la lune, des inégalités semblables à celles que produit la diminution de l'excentricité de l'orbe terrestre. Mais l'orbe lunaire est ramené sans cesse par l'action du soleil, à la même inclinaison sur celui de la terre, ensorte que les plus grandes et les plus petites déclinaisons de la lune sont assujetties, en vertu des variations

de

de l'obliquité de l'écliptique, aux mêmes changemens que les déclinaisons du soleil.

Quelques partisans des causes finales ont imaginé que la lune avait été donnée à la terre, pour l'éclairer pendant les nuits. Dans ce cas, la nature n'aurait point atteint le but qu'elle se serait proposé ; puisque souvent nous sommes privés à-la-fois, de la lumière du soleil et de celle de la lune. Pour y parvenir, il eût suffi de mettre à l'origine, la lune en opposition avec le soleil, dans le plan même de l'écliptique, à une distance de la terre, égale à la centième partie de la distance de la terre au soleil ; et de donner à la lune et à la terre, des vîtesses parallèles et proportionnelles à leurs distances à cet astre. Alors, la lune sans cesse en opposition avec le soleil, eût décrit autour de lui, une ellipse semblable à celle de la terre ; ces deux astres se seraient succédé l'un à l'autre sur l'horison ; et comme, à cette distance, la lune n'eût point été éclipsée, sa lumière aurait constamment remplacé celle du soleil.

D'autres philosophes frappés de l'opinion singulière des Arcadiens qui se croyaient plus

anciens que la lune, ont pensé que ce satellite était primitivement une comète qui, passant fort près de la terre, avait été forcée par son attraction, de l'accompagner. Mais en remontant par l'analyse, aux siècles les plus reculés, on voit toujours la lune se mouvoir dans un orbe presque circulaire, comme les planètes autour du soleil ; ainsi, ni la lune ni aucun satellite n'a été originairement une comète.

CHAPITRE VI.

Des perturbations des satellites de Jupiter.

LES premières inégalités que l'observation a fait connaître dans le mouvement de ces corps, se présentent aussi les premières dans la théorie de leur attraction mutuelle. On a vu dans le second livre, qu'il existe :

1°. Dans le mouvement du premier satellite, une équation égale à 5258″ multiplié par

le sinus du double de l'excès de la longitude moyenne du premier satellite sur celle du second ;

2°. Dans le mouvement du second satellite, une équation égale à — 11923″ multiplié par le sinus de l'excès de la longitude du premier satellite sur celle du second ;

3°. Dans le mouvement du troisième satellite, une équation égale à — 827″ multiplié par le sinus de l'excès de la longitude du second satellite sur celle du troisième.

Non-seulement, la théorie de la pesanteur donne ces inégalités, comme Lagrange et Bailli l'ont reconnu les premiers ; elle nous montre de plus ce que les observations indiquaient avec beaucoup de vraisemblance, savoir, que l'inégalité du second satellite est le résultat de deux inégalités dont l'une ayant pour cause l'action du premier satellite, varie comme le sinus de l'excès de la longitude du premier satellite sur celle du second, et dont l'autre produite par l'action du troisième satellite, varie comme le sinus du double de l'excès de la longitude du second satellite sur celle du troisième. Ainsi, le second satellite éprouve de la part du premier, une perturbation semblable à celle qu'il

fait éprouver au troisième ; et il éprouve de la part du troisième, une perturbation semblable à celle qu'il fait éprouver au premier. Ces deux inégalités se confondent dans une seule, en vertu des rapports qui existent entre les moyens mouvemens et les longitudes moyennes des trois premiers satellites, et suivant lesquels le moyen mouvement du premier satellite plus deux fois celui du troisième, est égal à trois fois celui du second ; et la longitude moyenne du premier satellite, moins trois fois celle du second, plus deux fois celle du troisième, est constamment égale à la demi-circonférence. Mais ces rapports subsisteront-ils toujours, ou ne sont-ils qu'approchés, et les deux inégalités du second satellite, aujourd'hui confondues, se sépareront-elles dans la suite des tems? C'est ce que la théorie va nous apprendre.

L'approximation avec laquelle les tables donnaient les rapports précédens, me fit soupçonner qu'ils sont rigoureux, et que les petites quantités dont ces tables s'en éloignaient encore, dépendaient des erreurs dont elles étaient susceptibles. Il était contre toute vraisemblance, de supposer que le hasard a placé originairement les trois premiers satellites, aux distances

et dans les positions convenables à ces rapports, et il était extrêmement probable qu'ils sont dus à une cause particulière ; je cherchai donc cette cause dans l'action mutuelle des satellites. L'examen approfondi de cette action me fit voir qu'elle a rendu ces rapports rigoureux ; d'où je conclus qu'en déterminant de nouveau, par la discussion d'un très-grand nombre d'observations éloignées entre elles, les moyens mouvemens et les longitudes moyennes des trois premiers satellites, on trouverait qu'ils approchent encore plus de ces rapports auxquels les tables doivent être rigoureusement assujetties. J'ai eu la satisfaction de voir cette conséquence de la théorie, confirmée avec une précision remarquable, par les recherches que Delambre vient de faire sur les satellites de Jupiter. Il n'est pas nécessaire que ces rapports aient eu lieu exactement à l'origine ; il faut seulement que les mouvemens et les longitudes des trois premiers satellites, s'en soient peu écartés, et alors l'action mutuelle de ces satellites a suffi pour les établir et pour les maintenir en rigueur. Mais la petite différence entre eux et les rapports primitifs, a donné lieu à une inégalité d'une étendue arbitraire,

qui se partage inégalement entre les trois satellites, et que j'ai désignée sous le nom de *libration*. Les deux constantes arbitraires de cette inégalité, remplacent ce que les deux rapports précédens font disparaître d'arbitraire dans les moyens mouvemens et dans les époques des longitudes moyennes des trois premiers satellites ; car le nombre des arbitraires que renferme la théorie d'un systême de corps, est nécessairement sextuple du nombre de ces corps. La discussion des observations n'ayant point fait reconnaître cette inégalité ; elle doit être fort petite et même insensible.

Les rapports précédens subsistèront toujours, quoique les moyens mouvemens des satellites soient assujettis à des équations séculaires analogues à celle du mouvement de la lune. Ils subsisteraient encore, dans le cas même où ces mouvemens seraient altérés par la résistance d'un milieu, ou par d'autres causes dont les effets ne seraient sensibles que dans l'espace d'un siècle. Dans tous ces cas, les équations séculaires de ces mouvemens se coordonnent entre elles, par l'action réciproque des satellites, de manière que l'équation séculaire du premier, plus deux fois celle

du troisième, est égale à trois fois celle du second, Ainsi, les trois premiers satellites de Jupiter forment un systême de corps liés entre eux par les rapports et les inégalités précédentes que leur action mutuelle maintiendra sans cesse, à moins qu'une cause étrangère ne vienne déranger brusquement leur position respective.

La théorie de la pesanteur m'a fait connaître la cause des variations singulières observées dans l'excentricité de l'orbe du troisième satellite, et dont j'ai parlé dans le second livre. Ces variations dépendent de deux équations du centre très-distinctes, auxquelles son mouvement est soumis, dont l'une se rapporte à un périjove propre à ce satellite, et dont l'autre se rapporte au périjove du quatrième. Les excentricités des orbes des quatre satellites, et leurs périjoves sont liés les uns aux autres, par l'action mutuelle de ces corps, en vertu de laquelle l'excentricité du quatrième satellite se répand sur les trois autres, mais plus faiblement à mesure qu'ils en sont plus éloignés. Elle est très-sensible dans l'orbe du troisième, et en se combinant avec l'excentricité propre à cet orbe, elle produit dans le mou-

vement du troisième satellite, une équation du centre, composée, dont la plus grande valeur varie sans cesse, et qui se rapporte à un périjove dont le mouvement n'est pas uniforme. La longitude du périjove du quatrième satellite était de 159°,43 au commencement de 1700, et son mouvement annuel et sydéral est de 7852″; la longitude du périjove propre au troisième satellite était de 194°,11 au commencement de 1700, et son mouvement annuel et sydéral est de 29776″. Ces périjoves coïncidaient en 1684, et les deux équations du centre du troisième satellite en formaient une seule égale à leur somme, et dont la plus grande valeur s'élevait à 2661″. En 1775, ces périjoves ayant eu des situations contraires, les deux équations du centre en formaient une seule égale à leur différence, et dont la valeur n'était que de 759″. C'est la raison pour laquelle Wargentin a trouvé par la comparaison des observations, l'excentricité de ce satellite, la plus grande vers le commencement de ce siècle, et la plus petite vers 1760. Il avait d'abord essayé de représenter ces variations, au moyen de deux équations du centre; mais ignorant que l'une d'elles se rapporte au péri-

jove du quatrième satellite, et leur ayant assigné des valeurs inexactes, il s'est vu forcé de les abandonner, et de recourir à l'hypothèse d'une excentricité variable dont il a déterminé les changemens, par les observations.

L'action mutuelle des satellites de Jupiter fait varier à chaque instant, la position de leurs orbites ; voici ce que la théorie comparée aux observations donne sur cet objet.

L'équateur de Jupiter est incliné de 34444″, sur l'orbite de cette planète ; la longitude de son nœud ascendant était de 347°,8519, au commencement de 1700 ; son mouvement annuel et sydéral est d'environ 6″.

L'orbe du premier satellite n'est incliné que de 22″ sur le plan de l'équateur de Jupiter ; ses nœuds sur ce plan, coïncident avec les nœuds du même plan et de l'orbite de Jupiter, l'orbe du satellite étant entre ces deux plans.

L'orbe du second satellite se meut sur un plan fixe incliné de 221″ à l'équateur de Jupiter, et qui passe par la ligne des nœuds de cet équateur, entre ce dernier plan et celui de l'orbite de Jupiter. L'orbe du satellite est

incliné de 5182″ à ce plan fixe ; et ses nœuds avec ce plan, ont un mouvement rétrograde dont la valeur annuelle et sydérale est de 13°,3488, et dont la période est de trente années juliennes. La longitnde du nœud ascendant était de 179°,5185 en 1700.

L'orbe du troisième satellite se meut sur un plan fixe incliné de 1030″ à l'équateur de Jupiter, et qui passe par la ligne des nœuds de cet équateur, entre ce dernier plan et celui de l'orbite de Jupiter. L'orbe du satellite est incliné de 2244″ à ce plan fixe, et ses nœuds avec ce plan ont un mouvement rétrograde dont la valeur annuelle et sydérale est de 2°,9149, et dont la période est de 137 années ; la longitude du nœud ascendant était en 1700, de 136°,9630. Les astronomes qui avaient reconnu le mouvement de ce nœud, par les observations, supposaient les orbes du second et du troisième satellite, en mouvement sur l'équateur même de Jupiter ; mais ils étaient forcés par ces observations, de diminuer un peu l'inclinaison de cet équateur sur l'orbite de Jupiter, quand ils considéraient le mouvement du troisième satellite.

Enfin, l'orbe du quatrième satellite se meut

sur un plan fixe incliné de 4630″ à l'équateur de Jupiter, et qui passe par la ligne des nœuds de cet équateur, entre ce dernier plan et celui de l'orbite de Jupiter. L'orbe du satellite est incliné de 2772″ à ce plan fixe, et ses nœuds avec ce plan ont un mouvement rétrograde dont la valeur annuelle et sydérale est de 7519″ et dont la période est de 532 années ; la longitude du nœud ascendant était de 153°,5185, en 1700. L'inclinaison de l'orbe du quatrième satellite sur celui de Jupiter varie sans cesse, en vertu de ce mouvement ; parvenue à son *minimum* vers la fin du dernier siècle, elle a été à peu près stationnaire pendant un grand nombre d'années, et les nœuds de l'orbe du satellite avec l'orbite de Jupiter, ont eu un mouvement annuel direct, d'environ huit minutes. Cette circonstance que les observations ont fait connaître, a été saisie par les astronomes qui l'ont employée dans les tables de ce satellite ; mais depuis plusieurs années, les observations indiquent dans l'inclinaison de son orbe sur celui de Jupiter, un accroissement très-sensible qui, sans le secours de la théorie, eût rendu fort difficile, la formation de ses tables. Il est satisfaisant pour le géomètre,

de voir sortir de son analyse, ces phénomènes singuliers que l'observation a fait entrevoir, mais qui étant le resultat de plusieurs inegalites simples, sont trop compliqués pour que les astronomes en aient pu découvrir les lois.

Les différens plans dont nous venons de parler, sur lesquels se meuvent les orbes des satellites, ne sont pas rigoureusement fixes; le plan de l'équateur de Jupiter les entraîne dans son mouvement, de manière que leurs nœuds avec l'orbite de cette planète, étant constamment les mêmes que ceux de son équateur; leurs inclinaisons sur le plan de cette orbite, sont toujours proportionnelles à celle de l'équateur. Mais tous ces mouvemens sont insensibles depuis la découverte des satellites jusqu'à nos jours.

L'orbe de chaque satellite participe un peu du mouvement des orbes voisins; car tout est lié dans un systême de corps soumis à leur action mutuelle. Les satellites de Jupiter forment autour de lui, un systême semblable à celui des planètes autour du soleil; et comme leurs révolutions sont fort promptes, ils nous ont offert dans le court intervalle de tems

écoulé depuis leur découverte, tous les grands changemens qu'une longue suite de siècles doit amener dans le système planétaire. Ainsi l'accord de la théorie de la pesanteur, avec les variations observées dans les orbes des satellites de Jupiter, met hors de doute les variations que cette théorie indique dans les orbes des planètes, et que les plus anciennes observations rendent encore peu sensibles.

Cette théorie a banni tout empyrisme, des tables des satellites de Jupiter; celles que Delambre vient de publier, n'empruntant des observations, que les données indispensables, elles ont l'avantage de s'étendre à tous les siècles, en rectifiant ces données, à mesure qu'elles seront mieux connues. On conçoit que pour établir la théorie qui a servi de fondement à ces tàbles, il a fallu connaître d'une manière approchée, les masses des satellites et l'applatissement de Jupiter. Cinq données de l'observation sont nécessaires pour déterminer ces cinq inconnues; celles dont j'ai fait usage, sont les deux inégalités principales du premier et du second satellite; la période des variations de l'inclinaison de l'orbe du second satellite; l'équation du centre du troisième

satellite, qui se rapporte au périjove du quatrième; enfin, le mouvement de ce périjove. En prenant pour unité, la masse de Jupiter; celles des satellites, qui résultent des données précédentes, sont :

I. Satellite...............	0,0000172011.
II. Satellite...............	0,0000237103.
III. Satellite...............	0,0000872128.
IV. Satellite...............	0,0000544681.

On rectifiera ces valeurs, quand la suite des tems aura fait mieux connaître les variations séculaires des orbes satellites.

Le rapport des deux axes de Jupiter, qui résulte des mêmes données, est égal à 0,93041. Ce rapport a été mesuré plusieurs fois avec beaucoup de précision, et le milieu entre ces mesures est $\frac{13}{14}$ ou 0,929, ce qui ne diffère du résultat précédent, que d'une quantité insensible. Mais en considérant la grande influence de l'applatissement de Jupiter, sur le mouvement des nœuds et des périjoves des satellites; on voit que le rapport des axes de Jupiter est donné par les observations des éclipses, plus exactement que par les mesures les plus pré-

cises. Au reste, l'accord de ces mesures avec le résultat de la théorie, nous prouve d'une manière sensible, que la pesanteur vers Jupiter se compose de toutes les pesanteurs vers chacune de ses molécules ; puisqu'en partant de ce principe, on retrouve l'applatissement observé de Jupiter.

Les éclipses du premier satellite de Jupiter, ont fait découvrir le mouvement successif de la lumière, que le phénomène de l'aberration a donné ensuite avec plus d'exactitude. Il m'a paru que la théorie du mouvement de ce satellite étant aujourd'hui perfectionnée, et les observations de ses éclipses étant devenues très-nombreuses ; leur discussion devait déterminer la quantité de l'aberration, avec plus de précision encore, que l'observation directe. Delambre a bien voulu entreprendre cette discussion, à ma prière ; il a trouvé 62",5 pour la valeur entière de l'aberration, valeur exactement la même que Bradley avait conclue de ses observations. Il est curieux de voir un aussi parfait accord entre des résultats tirés de méthodes aussi différentes. Il suit de cet accord, que la vîtesse de la lumière est uniforme dans tout l'espace compris par l'orbe terrestre.

En effet, la vîtesse de la lumière donnée par l'aberration, est celle qui a lieu sur la circonférence de l'orbe terrestre, et qui en se combinant avec le mouvement de la terre, produit ce phénomène. La vîtesse de la lumière, conclue des éclipses des satellites de Jupiter, est déterminée par le tems que la lumière emploie à traverser l'orbe terrestre ; ainsi ces deux vîtesses étant les mêmes, la vîtesse de la lumière est uniforme dans toute la longueur du diamètre de l'orbe de la terre. Il résulte même, de ces éclipses, que cette vîtesse est uniforme dans la longueur du diamètre de l'orbe de Jupiter ; car à raison de l'excentricité de cet orbe, l'effet de la variation de ses rayons vecteurs est très-sensible sur les éclipses des satellites, et il est exactement le même que dans l'hypothèse de l'uniformité du mouvement de la lumière.

Si la lumière est une émanation des corps lumineux ; l'uniformité de sa vîtesse exige qu'elle soit lancée par chacun d'eux, avec la même force, et que son mouvement ne soit point retardé sensiblement par leur attraction. Si l'on fait consister la lumière, dans les vibrations d'un fluide élastique ; il faut pour l'uni-

formité

formité de leur vîtesse, supposer la densité du fluide dans toute l'étendue du système planétaire, proportionnelle à son ressort. Mais la simplicité avec laquelle l'aberration des astres et les phénomènes de la réfraction de la lumière, en passant d'un milieu dans un autre, s'expliquent en regardant la lumière comme une émanation des corps lumineux, rend cette hypothèse très-vraisemblable.

CHAPITRE VII.

De la figure de la terre et des planètes, et de la loi de la pesanteur à leur surface.

Nous avons exposé dans le premier livre, ce que les observations ont appris sur la figure de la terre et des planètes; comparons ces résultats, avec ceux de la pesanteur universelle.

La gravité vers les planètes, se compose des attractions de toutes leurs molécules. Si



leurs masses étaient fluides et sans mouvement de rotation ; leur figure et celle de leurs différentes couches seraient sphériques, les couches les plus voisines du centre étant les plus denses. La pesanteur à la surface extérieure et au-dehors à une distance quelconque, serait exactement la même que si la masse entière de la planète était réunie à son centre de gravité ; propriété remarquable en vertu de laquelle le soleil, les planètes, les comètes et les satellites agissent à très-peu près les uns sur les autres, comme autant de points matériels.

A de grandes distances, l'attraction des molécules d'un corps de figure quelconque les plus éloignées du point attiré, et celle des molécules les plus voisines, se compensent de manière que l'attraction totale est à-peu-près la même, que si ces molécules étaient réunies à leur centre de gravité ; et si l'on considère comme une très-petite quantité du premier ordre, le rapport des dimensions du corps, à sa distance au point attiré ; ce résultat est exact aux quantités près du second ordre. Mais il est rigoureux pour la sphère ; et pour un sphéroïde qui en diffère très-peu, il est du

même ordre que le produit de son excentricité, par le quarré du rapport de son rayon, à sa distance au point qu'il attire.

La propriété dont jouit la sphère, d'attirer comme si sa masse était réunie à son centre, contribue donc à la simplicité des mouvemens célestes. Elle ne convient pas exclusivement à la loi de la nature ; elle appartient encore à la loi de l'attraction proportionnelle à la simple distance, et elle ne peut convenir qu'aux lois formées par l'addition de ces deux lois simples. Mais de toutes les lois qui rendent la pesanteur nulle à une distance infinie, celle de la nature est la seule dans laquelle la sphère a cette propriété.

Suivant cette loi, un corps placé au-dedans d'une couche sphérique, par-tout de la même épaisseur, est également attiré de toutes parts ; ensorte qu'il resterait en repos au milieu des attractions qu'il éprouve. La même chose a lieu au-dedans d'une couche elliptique dont les surfaces intérieure et extérieure sont semblables et semblablement situées En supposant donc que les planètes soient des sphères homogènes, la pesanteur dans leur intérieur, diminue comme la distance à leur centre ; car l'enveloppe ex-

térieure au point attiré, ne contribue en rien; à sa pesanteur qui n'est ainsi produite que par l'attraction d'une sphère d'un rayon égal à la distance de ce point, au centre de la planète; or cette attraction est proportionnelle à la masse de la sphère, divisée par le quarré de son rayon, et la masse est comme le cube de ce même rayon; la pesanteur du point est donc proportionnelle à ce rayon. Mais les couches des planètes étant probablement plus denses, à mesure qu'elles sont plus près du centre; la pesanteur au-dedans diminue dans un moindre rapport, que dans le cas de leur homogénéité.

Le mouvement de rotation des planètes, les écarte un peu de la figure sphérique; la force centrifuge due à ce mouvement, les renfle à l'équateur et les applatit aux pôles. Considérons d'abord les effets de cet applatissement, dans le cas très-simple où la terre étant une masse fluide homogène, la gravité serait dirigée vers son centre, et réciproque au quarré de la distance à ce point. Il est facile de prouver qu'alors, le sphéroïde terrestre est un ellipsoïde de révolution; car si l'on conçoit deux colonnes fluides se communiquant à son

centre, et aboutissans, l'une au pôle, et l'autre à un point quelconque de sa surface ; il est clair que ces deux colonnes doivent se faire mutuellement équilibre. La force centrifuge n'altère point le poids de la colonne dirigée au pôle ; elle diminue le poids de l'autre colonne. Cette force est nulle au centre de la terre ; à la surface, elle est proportionnelle au rayon du parallèle terrestre, ou à fort peu près, au cosinus de la latitude ; mais elle n'est pas employée toute entière, à diminuer la gravité. Ces deux forces faisant entre elles, un angle égal à la latitude, la force centrifuge décomposée suivant la direction de la gravité, est affaiblie, dans le rapport du cosinus de cet angle, au rayon ; ainsi, à la surface de la terre, la force centrifuge diminue la gravité, du produit de la force centrifuge à l'équateur, par le quarré du cosinus de la latitude ; la valeur moyenne de cette diminution dans la longueur de la colonne fluide, est donc la moitié de ce produit, et comme la force centrifuge est $\frac{1}{289}$ de la gravité à l'équateur ; cette valeur est $\frac{1}{578}$ de la gravité multipliée par le quarré du cosinus de la latitude. Il faut pour l'équilibre, que la colonne par sa longueur,

compense la diminution de sa pesanteur ; elle doit donc surpasser la colonne du pôle, d'un 578ième de sa grandeur multipliée par le quarré du même cosinus. Ainsi les accroissemens des rayons terrestres, du pôle à l'équateur, sont proportionnels à ce quarré ; d'où il est facile de conclure que la terre est un ellipsoïde de révolution dans lequel l'axe des pôles est à celui de l'équateur, comme 577 est à 578.

Il est visible que l'équilibre de la masse fluide subsisterait encore, en supposant qu'une partie vienne à se consolider dans son intérieur ; pourvu que la force de la gravité reste la même.

Pour déterminer la loi de la pesanteur à la surface de la terre, nous observerons que la gravité a un point quelconque de cette surface, est plus petite qu'au pôle, à raison du plus grand éloignement du centre ; cette diminution est à très-peu près le double de l'accroissement du rayon terrestre ; elle est donc égale au produit d'un 289ième de la gravité, par le quarré du cosinus de la latitude. La force centrifuge diminue encore la pesanteur, de la même quantité ; ainsi, par la réunion de ces

deux causes, la diminution de la pesanteur du pôle à l'équateur, est égale à 0,00694 multiplié par le quarré du cosinus de la latitude; la gravité à l'équateur, étant prise pour unité.

On a vu dans le premier livre, que les mesures des degrés des méridiens donnent à la terre, un applatissement plus grand que $\frac{1}{578}$; et que les mesures du pendule indiquent une diminution dans la pesanteur, des pôles à l'équateur, moindre que 0,00694, et égale à 0,00555; les mesures des degrés et du pendule concourent donc à faire voir que la gravité n'est pas dirigée vers un seul point; ce qui confirme à *posteriori*, ce que nous avons démontré précédemment, savoir, qu'elle se compose des attractions de toutes les molécules de la terre.

Dans ce cas, la loi de la gravité dépend de la figure du sphéroïde terrestre, qui dépend elle-même de la loi de la gravité. Cette dépendance mutuelle de deux quantités inconnues, rend très-difficile, la recherche de la figure de la terre. Heureusement, la figure elliptique, la plus simple de toutes les figures rentrantes, après la sphère, satisfait à l'équilibre d'une masse fluide douée d'un mouve-

ment de rotation, et dont toutes les molécules s'attirent réciproquement au quarré des distances. Newton se contenta de le supposer, et en partant de cette hypothèse et de celle de l'homogènéité de la terre, il trouva que les deux axes de cette planète sont entre eux, comme 229 est à 230.

Il est facile d'en conclure la loi de la variation de la pesanteur sur la terre. Pour cela, considérons différens points situés sur le même rayon mené du centre à la surface, d'une masse fluide homogène en équilibre. Toutes les couches elliptiques semblables qui recouvrent l'un quelconque d'entre eux, ne contribuent point à sa pesanteur ; et la résultante des attractions qu'il éprouve, est uniquement due à l'attraction d'un sphéroïde elliptique semblable au sphéroïde entier, et dont la surface passe par ce point. Les molécules semblables et semblablement placées, de ces deux sphéroïdes, attirent respectivement ce point et le point correspondant de la surface extérieure, proportionnellement aux masses divisées par les quarrés des distances ; les masses sont comme les cubes des dimensions semblables des deux sphéroïdes, et les quarrés des distances sont comme les

quarrés des mêmes dimensions ; les attractions des molécules semblables sont donc proportionnelles à ces dimensions ; d'où il suit que les attractions entières des deux sphéroïdes, sont dans le même rapport, et leurs directions sont parallèles. Les forces centrifuges des deux points que nous considérons, sont encore proportionnelles aux mêmes dimensions ; leurs pesanteurs qui sont les résultantes de toutes ces forces, sont donc comme leurs distances au centre de la masse fluide.

Maintenant, si l'on conçoit deux colonnes fluides dirigées du centre du sphéroïde, l'une au pôle, et l'autre à un point quelconque de la surface ; il est clair que si le sphéroïde est très-peu applati, les pesanteurs décomposées suivant les directions de ces colonnes, seront à très-peu près les mêmes que les pesanteurs totales ; en partageant donc les longueurs des colonnes, dans le même nombre de parties infiniment petites proportionnelles à ces longueurs ; les poids des parties correspondantes seront entre eux, comme les produits des longueurs des colonnes, par les pesanteurs aux points de la surface, où elles aboutissent ; les poids entiers de ces colonnes

fluides seront donc dans le même rapport. Ces poids doivent être égaux pour l'équilibre ; les pesanteurs à la surface , sont par conséquent, réciproques aux longueurs des colonnes. Ainsi, le rayon de l'équateur surpassant d'un 230ième celui du pôle ; la pesanteur au pôle doit surpasser d'un 230ième , la pesanteur à l'équateur.

Cela suppose que la figure elliptique satisfait à l'équilibre d'une masse fluide homogène ; c'est ce que Maclaurin a démontré par une très-belle méthode de laquelle il résulte que l'équilibre est alors rigoureusement possible , et que si l'ellipsoïde est très-peu applati , l'ellipticité est égale à cinq quarts du rapport de la force centrifuge à la pesanteur, à l'équateur.

Au même mouvement de rotation , répondent deux figures différentes , d'équilibre ; mais l'équilibre ne peut pas subsister avec tous ces mouvemens. La plus petite durée de rotation d'un fluide homogène en équilibre , de même densité que la moyenne densité de la terre, est de $0^{j.}$, 10089 ; et cette limite varie réciproquement comme la racine quarrée de la densité. Quand la rotation est plus rapide , la

masse fluide s'applatit à ses pôles ; par-là, sa durée de rotation devient moindre, et tombe dans les limites convenables à l'état d'équilibre ; après un grand nombre d'oscillations, le fluide en vertu des frottemens et des résistances qu'il éprouve, se fixe à cet état qui est unique et déterminé par le mouvement primitif de rotation.

Les résultats précédens fournissent un moyen simple de vérifier l'hypothèse de l'homogénéité de la terre. L'irrégularité des degrés mesurés des méridiens, laisse trop d'incertitude sur l'applatissement de la terre, pour reconnaître s'il est tel, à-peu-près, que l'exige cette hypothèse. Mais l'accroissement assez régulier de la pesanteur, de l'équateur aux pôles, peut nous éclairer sur cet objet. En prenant pour unité, la pesanteur à l'équateur, son accroissement au pôle est 0,00435, dans le cas de l'homogénéité de la terre ; par les observations du pendule, cet accroissement est 0,00555 ; la terre n'est donc point homogène. Il est, en effet, naturel de penser que la densité de ses couches augmente de la surface au centre ; il est même nécessaire pour la stabilité de l'équilibre des mers, que leur densité

soit plus petite que la moyenne densité de la terre ; autrement, leurs eaux agitées par les vents et par d'autres causes, sortiraient souvent de leurs limites, pour inonder les continens.

L'homogènéité de la terre étant ainsi exclue par les observations ; il faut pour déterminer sa figure, considérer la mer comme recouvrant un noyau dont les couches diminuent de densité, du centre à la surface. Clairant a démontré dans son bel ouvrage sur la figure de la terre, que l'équilibre est encore possible, en supposant une figure elliptique, à sa surface et aux couches du noyau intérieur. Dans les hypothèses les plus vraisemblables sur la loi des densités et des ellipticités de ces couches ; l'applatissement de la terre est moindre que dans le cas de l'homogènéité, et plus grand que si la gravité était dirigée vers un seul point ; l'accroissement de la pesanteur de l'équateur aux pôles, est plus grand que dans le premier cas, et plus petit que dans le second. Mais il existe entre l'accroissement total de la pesanteur prise pour unité à l'équateur, et l'ellipticité de la terre, ce rapport remarquable ; savoir, que dans toutes les hypothèses

sur la constitution du noyau que recouvre la mer, autant l'ellipticité de la terre entière est au-dessous de celle qui a lieu dans le cas de l'homogénéité, autant l'accroissement total de la pesanteur est au-dessus de celui qui a lieu dans le même cas, et réciproquement; ensorte que la somme de cet accroissement et de l'elliplicité est toujours la même et égale à cinq demi du rapport de la force centrifuge à la pesanteur à l'équateur, ce qui pour la terre, revient à $\frac{1}{115,2}$

En supposant donc la figure des couches du sphéroïde terrestre, elliptique; l'accroissement de ses rayons et de la pesanteur, et la diminution des degrés des méridiens, des pôles à l'équateur, sont proportionnels au quarré du cosinus de la latitude; et ils sont liés à l'ellipticité de la terre, de manière que l'accroissement total des rayons est égal à cette ellipticité; la diminution totale des degrés est égale à l'ellipticité multipliée par trois fois le degré de l'équateur; et l'accroissement total de la pesanteur est égal à la pesanteur à l'équateur, multipliée par l'excès de $\frac{1}{115,2}$ sur cette ellipticité. Ainsi, l'on peut déterminer l'ellipticité de la terre, soit par les mesures des degrés, soit par les observa-

tions du pendule. Ces observations donnent 0,0055506 pour l'accroissement de la pesanteur de l'équateur aux pôles; en retranchant cette quantité, de $\frac{1}{115,2}$, on a $\frac{1}{320}$ pour l'applatissement de la terre. Si l'hypothèse d'une figure elliptique est dans la nature, cet applatissement doit satisfaire aux mesures des degrés; mais il y suppose, au contraire, des erreurs invraisemblables, et cela joint à la difficulté d'assujettir toutes ces mesures, à une même figure elliptique, nous prouve que la figure de la terre est beaucoup plus composée qu'on ne l'avait cru d'abord; ce qui ne paraîtra point étonnant, si l'on considère l'irrégularité de la profondeur des mers, l'élévation des continens et des îles au-dessus de leur niveau, la hauteur des montagnes, et l'inégale densité des eaux et des diverses substances qui sont à la surface de cette planète.

Pour embrasser avec la plus grande généralité, la théorie de la figure de la terre et des planètes; il fallait déterminer l'attraction des sphéroïdes peu différens de la sphère, et formés de couches variables de figure et de densité, suivant des lois quelconques; il fallait encore déterminer la figure qui convient à l'équilibre

d'un fluide répandu à leur surface ; car on doit imaginer les planètes, recouvertes comme la terre, d'un fluide en équilibre ; autrement, leur figure serait entièrement arbitraire. Dalembert a donné pour cet objet, une méthode ingénieuse qui s'étend à un grand nombre de cas ; mais elle manque de cette simplicité si desirable dans des recherches aussi compliquées, et qui en fait le principal mérite. Une équation remarquable aux différences partielles, et relative aux attractions des sphéroïdes, m'a conduit sans le secours des intégrations, et uniquement par des différentiations, aux expressions générales des rayons des sphéroïdes, de leurs attractions sur des points quelconques placés dans leur intérieur, à leur surface ou au-dehors, des conditions de l'équilibre des fluides qui les recouvrent, de la loi de la pesanteur et de la variation des degrés, à la surface de ces fluides. Toutes ces quantités sont liées les unes aux autres, par des rapports très-simples ; et il en résulte un moyen facile de vérifier les hypothèses que l'on peut faire pour représenter, soit les variations observées de la pesanteur, soit les mesures des degrés des méridiens. Ainsi, Bouguer, dans la vue de représenter les degrés mesurés en Laponie, en France et à l'équateur,

ayant supposé que la terre est un sphéroïde de révolution sur lequel l'accroissement des degrés du méridien, de l'équateur aux pôles, est proportionnel à la quatrième puissance du sinus de la latitude; on trouve que cette hypothèse ne peut pas satisfaire à l'accroissement de la pesanteur, de l'équateur à pello, accroisement qui, suivant les observations, est égal à quarante-cinq dix millièmes de la pesanteur totale, et qui n'en serait que vingt-sept dix millièmes, dans cette hypothèse,

Les expressions dont je viens de parler, donnent une solution directe et générale du problême qui consiste à déterminer la figure d'une masse fluide en équilibre, en la supposant douée d'un mouvement de rotation, et composée d'une infinité de fluides de densités quelconques, dont toutes les molécules s'attirent en raison des masses et réciproquement au quarré des distances. Legendre avait déjà résolu ce problême, par une analyse fort ingénieuse, en supposant la masse homogène. Dans le cas général, le fluide prend nécessairement la figure d'un ellipsoïde de révolution dont toutes les couches sont elliptiques, et diminuent de densité, tandis que leur

leur ellipticité croît du centre à la surface. Les limites de l'applatissement de l'ellipsoïde entier sont $\frac{5}{4}$ et $\frac{1}{2}$ du rapport de la force centrifuge à la pesanteur à l'équateur; la première limite étant relative à l'homogénéité de la masse, et la seconde se rapportant au cas où les couches infiniment voisines du centre étant infiniment denses, toute la masse du sphéroïde peut être considérée comme étant réunie à ce point. Dans ce dernier cas, la pesanteur serait dirigée vers un seul point, et réciproque au quarré des distances; la figure de la terre serait donc celle que nous avons déterminée ci-dessus; mais dans le cas général, la ligne qui détermine la direction de la pesanteur, depuis le centre jusqu'à la surface du sphéroïde, est une courbe dont chaque élément est perpendiculaire à la couche qu'il traverse.

Il est très-remarquable que les variations observées des longueurs du pendule, suivent assez exactement la loi du quarré du cosinus de la latitude, dont les variations des degrés mesurés des méridiens s'écartent d'une manière sensible. La théorie générale des attractions des sphéroïdes en équilibre, donne une explication fort simple de ce phénomène; elle nous

montre que les termes qui, dans la valeur du rayon terrestre, s'éloignent de cette loi, deviennent plus sensibles dans l'expression de la pesanteur, et plus sensibles encore dans l'expression des degrés où ils peuvent acquérir d'assez grandes valeurs, pour produire le phénomène dont il s'agit. Cette théorie nous apprend encore que les limites de l'accroissement total de la pesanteur prise pour unité à l'équateur, sont les produits de 2 et de $\frac{5}{4}$, par le rapport de la force centrifuge à la pesanteur; la première limite étant relative au cas où les couches seraient infiniment denses au centre, et la seconde se rapportant à l'homogénéité de la terre. L'accroissement observé tombant entre ces limites, indique dans les couches du sphéroïde terrestre, une plus grande densité, à mesure qu'elles approchent du centre, ce qui est conforme aux lois de l'hydrostatique; ainsi la théorie satisfait aux observations, aussi bien qu'on peut le desirer, vu l'ignorance où nous sommes, de la constitution intérieure de la terre.

Il résulte de cet accord, que dans le calcul des variations de la pesanteur et des parallaxes, on peut supposer aux méridiens terrestres, une figure elliptique dont l'applatis-

sement est l'excès de la fraction $\frac{1}{115,2}$, sur l'accroissement total de la pesanteur, de l'équateur aux pôles.

Le rayon mené du centre de gravité du sphéroïde terrestre, à sa surface sur le parallèle dont le quarré du sinus de latitude est $\frac{1}{3}$, détermine la sphère de même masse que la terre, et d'une densité égale à sa densité moyenne; ce rayon est de 19614648 pieds, et la gravité sur ce parallèle, est la même qu'à la surface de cette sphère.

Mais quel est le rapport de la moyenne densité de la terre, à celle d'une substance connue de sa surface? L'effet de l'attraction des montagnes sur les oscillations du pendule, et sur la direction du fil à plomb, peut seul nous conduire à la solution de ce problême intéressant. A la vérité, les plus hautes montagnes sont toujours fort petites par rapport à la terre; mais nous pouvons approcher de fort près, du centre de leur action, et cela joint à la précision des observations modernes, peut rendre leurs effets sensibles. Les montagnes du Pérou, les plus élevées de la terre, semblaient les plus propres à cet objet; Bouguer ne négligea point

une observation aussi importante, dans son voyage entrepris pour la mesure des degrés du méridien à l'équateur. Mais ces grands corps étant volcaniques et creux dans leur intérieur, l'effet de leur attraction s'est trouvé beaucoup moindre que celui auquel on devait s'attendre à raison de leur grosseur. Cependant, il a été sensible ; la diminution de la pesanteur, au sommet du Pichincha, aurait été 0,00149, sans l'attraction de la montagne, et elle n'a été observée que de 0,00118. L'effet de la déviation du fil à plomb, par l'action d'une autre montagne, a surpassé 20″. Maskeline a mesuré depuis, avec un soin extrême, un effet semblable produit par l'action d'une montagne d'Ecosse ; il en résulte que la moyenne densité de la terre est environ double de celle de la montagne, et quatre ou cinq fois plus grande que celle de l'eau commune. Cette curieuse observation mérite d'être répétée un grand nombre de fois, sur différentes montagnes dont la constitution intérieure soit bien connue.

Appliquons la théorie précédente, à Jupiter. La force centrifuge due au mouvement de rotation de cette planète, est à fort peu près $\frac{1}{9}$ de la pesanteur à son équateur ; du moins, si l'on

adopte la distance du quatrième satellite, à son centre, donnée dans le second livre. Si Jupiter était homogène, on aurait le diamètre de son équateur, en ajoutant à son petit axe pris pour unité, cinq quarts de la fraction précédente; ces deux axes seraient donc dans le rapport de 41 à 36. Suivant les observations, leur rapport est celui de 14 à 13; Jupiter n'est donc pas homogène. En le supposant formé de couches dont les densités diminuent du centre, à la surface; son ellipticité doit être comprise entre $\frac{5}{36}$ et $\frac{1}{18}$. L'ellipticité observée tombant dans ces limites, nous prouve l'hétérogénéité de ses couches, et par analogie, celle des couches du sphéroïde terrestre, déjà très-vraisemblable en elle-même et par les mesures du pendule.

CHAPITRE VIII.

De la figure de l'anneau de Saturne.

L'ANNEAU de Saturne est, comme on l'a vu dans le premier livre, formé de deux anneaux concentriques, d'une très-mince épaisseur. Par quel mécanisme ces anneaux se soutiennent-ils autour de cette planète ? Il n'est pas probable que ce soit par la simple adhérence de leurs molécules ; car alors, leurs parties voisines de Saturne, sollicitées par l'action toujours renaissante de la pesanteur, se seraient à la longue, détachées des anneaux qui, par une dégradation insensible, auraient fini par se détruire, ainsi que tous les ouvrages de la nature qui n'ont point eu les forces suffisantes pour résister à l'action des causes étrangères. Ces anneaux se maintiennent donc sans effort, et par les seules lois de l'équilibre; mais il faut pour cela, leur supposer un mouvement de rotation autour d'un axe perpendiculaire à

leur plan, et passant par le centre de Saturne; afin que leur pesanteur vers la planète, soit balancée par leur force centrifuge due à ce mouvement.

Imaginons un fluide homogène, répandu en forme d'anneau, autour de Saturne; et voyons qu'elle doit être sa figure, pour qu'il soit en équilibre, en vertu de l'attraction mutuelle de ses molécules, de leur pesanteur vers Saturne, et de leur force centrifuge. Si par le centre de la planète, on fait passer un plan perpendiculaire à celui de l'anneau; la section de l'anneau, par ce plan, est ce que je nomme *courbe génératrice*. L'analyse fait voir que si la largeur de l'anneau est peu considérable par rapport à sa distance au centre de Saturne; l'équilibre du fluide est possible, quand la courbe génératrice est une ellipse dont le grand axe est dirigé vers le centre de la planète. La durée de la rotation de l'anneau, est à-peu-près la même que celle de la révolution d'un satellite mû circulairement à la distance du centre de l'ellipse génératrice; et cette durée est d'environ quatre heures et un tiers, pour l'anneau intérieur.

L'équilibre du fluide subsisterait encore, en

supposant l'ellipse génératrice, variable de grandeur et de position, dans l'étendue de la circonférence de l'anneau; pourvu que ces variations ne soient sensibles qu'à des distances beaucoup plus grandes que l'axe de la section génératrice. Ainsi, l'anneau peut être supposé d'une largeur inégale dans ses diverses parties; on peut même le supposer à double courbure. Ces inégalités sont indiquées par les apparitions et les disparitions de l'anneau de Saturne, dans lesquelles les deux bras de l'anneau ont présenté des phénomènes différens; elles sont même nécessaires pour maintenir l'anneau en équilibre autour de la planète; car s'il était parfaitement semblable dans toutes ses parties, son équilibre serait troublé par la force la plus légère, telle que l'attraction d'un satellite, et l'anneau finirait par se précipiter sur la planète.

Les anneaux dont Saturne est environné, sont par conséquent, des solides irréguliers d'une largeur inégale dans les divers points de leur circonférence, ensorte que leurs centres de gravité ne coïncident pas avec leurs centres de figure. Ces centres de gravité peuvent être considérés comme autant de satellites qui se meu-

vent autour du centre de Saturne, à des distances dépendantes des inégalités des anneaux, et avec des vîtesses angulaires égales aux vîtesses de rotation de leurs anneaux respectifs.

On conçoit que ces anneaux sollicités par leur action mutuelle, par celle du soleil et des satellites de Saturne, doivent osciller autour du centre de cette planète; et que leurs nœuds avec le plan de l'orbe de la planète, doivent avoir des mouvemens rétrogrades. On pourrait croire qu'obéissant à des forces différentes, ils doivent cesser d'être dans un même plan; mais Saturne ayant un mouvement rapide de rotation, et le plan de son équateur étant le même que celui de l'anneau et des six premiers satellites, son action maintient dans ce plan, le systême de ces différens corps. L'action du soleil et du septième satellite ne fait que changer la position du plan de l'équateur de Saturne, qui dans ce mouvement, entraîne les anneaux et les orbes des six premiers satellites, par un mécanisme semblable à celui qui retient les orbes des satellites de Jupiter, et principalement l'orbe du premier, à-peu-près dans le plan de l'équateur de cette planète.

CHAPITRE IX.

Des Atmosphères des corps célestes.

Un fluide rare, transparent, compressible et élastique, qui environne un corps, est ce que l'on nomme son *atmosphère.* Nous concevons autour de chaque corps céleste, une pareille atmosphère dont l'existence vraisemblable pour tous, est relativement au soleil et à Jupiter, indiquée par les observations. A mesure que le fluide atmosphérique s'élève au-dessus du corps, il devient plus rare, en vertu de son ressort qui le dilate d'autant plus, qu'il est moins comprimé; mais si les parties de sa surface étaient élastiques, il s'étendrait sans cesse, et finirait par se dissiper dans l'espace: il est donc nécessaire que le ressort du fluide atmosphérique diminue dans un plus grand rapport, que le poids qui le comprime, et qu'il existe un état de rareté dans lequel ce fluide soit

sans ressort. C'est dans cet état qu'il doit être à la surface de l'atmosphère.

Toutes les couches atmosphériques doivent prendre, à la longue, un même mouvement de rotation commun au corps qu'elles environnent; car le frottement de ces couches les unes contre les autres et contre la surface du corps, doit accélérer les mouvemens les plus lents, et retarder les plus rapides, jusqu'à ce qu'il y ait entr'eux, une parfaite égalité. Dans ces changemens, et généralement dans tous ceux que l'atmosphère éprouve, la somme des produits des molécules du corps et de son atmosphère, multipliées respectivement par les aires que décrivent autour de leur centre commun de gravité, leurs rayons vecteurs projettés sur le plan de l'équateur, reste toujours la même en tems égal. En supposant donc que, par une cause quelconque, l'atmosphère vienne à se resserrer, ou qu'une partie se condense à la surface du corps, le mouvement de rotation du corps et de l'atmosphère en sera accéléré; car les rayons vecteurs des aires décrites par les molécules de l'atmosphère primitive, devenant plus petits; la somme des produits de toutes les molécules, par les aires cor-

respondantes, ne peut pas rester la même, à moins que la vîtesse de rotation n'augmente.

A la surface de l'atmosphère, le fluide n'est retenu que par sa pesanteur, et la figure de cette surface est telle que la résultante de la force centrifuge et de la force attractive du corps, lui est perpendiculaire. L'atmosphère est applatie vers ses pôles, et renflée à son équateur; mais cet applatissement a des limites, et dans le cas où il est le plus grand, le rapport des axes du pôle et de l'équateur est celui de deux à trois.

L'atmosphère ne peut s'étendre à l'équateur, que jusqu'au point où la force centrifuge balance exactement la pesanteur; car il est clair qu'au-delà de cette limite, le fluide doit se dissiper. Relativement au soleil, ce point est éloigné de son centre, du rayon de l'orbe d'une planète qui ferait sa révolution dans un tems égal à celui de la rotation du soleil. L'atmosphère solaire ne s'étend donc pas jusqu'à l'orbe de Mercure, et par conséquent elle ne produit point la lumière zodiacale qui paraît s'étendre au-delà même de l'orbe terrestre. D'ailleurs, cette atmosphère dont l'axe des pôles doit être au moins, les deux tiers de celui de son équa-

teur, est fort éloignée d'avoir la forme lenticulaire que les observations donnent à la lumière zodiacale.

Le point où la force centrifuge balance la pesanteur est d'autant plus près du corps, que le mouvement de rotation est plus rapide. En concevant que l'atmosphère s'étende jusqu'à cette limite, et qu'ensuite elle se resserre et se condense par le refroidissement, à la surface du corps; le mouvement de rotation deviendra de plus en plus rapide, et la plus grande limite de l'atmosphère se rapprochera sans cesse de son centre. L'atmosphère abandonnera donc successivement, dans le plan de son équateur, des zônes fluides qui continueront de circuler autour du corps, puisque leur force centrifuge est égale à leur pesanteur; mais cette égalité n'ayant point lieu relativement aux molécules de l'atmosphère, éloignées de l'équateur, elles ne cesseront point de lui appartenir. Il est vraisemblable que les anneaux de Saturne sont des zônes semblables abandonnées par son atmosphère.

Si d'autres corps circulent autour de celui que nous considérons, ou si lui-même circule autour d'un autre corps; la limite de son at-

mosphère est le point où sa force centrifuge, plus l'attraction des corps étrangers, balance exactement sa pesanteur ; ainsi, la limite de l'atmosphère de la lune est le point où la force centrifuge due à son mouvement de rotation, plus la force attractive de la terre, est en équilibre avec l'attraction de ce satellite. La masse de la lune étant, comme on l'a vu précédemment, $\frac{1}{58,7}$ de celle de la terre, ce point est éloigné du centre de la lune, de la neuvième partie environ, de la distance de la lune à la terre. Si à cette distance, l'atmosphère primitive de la lune n'a point été privée de son ressort, elle se sera portée vers la terre qui a pu ainsi l'aspirer ; c'est peut-être la cause pour laquelle cette atmosphère est aussi peu sensible.

CHAPITRE X.

Du flux et du reflux de la mer.

SI la recherche des lois de l'équilibre des fluides qui recouvrent les planètes, présente de grandes difficultés ; celle du mouvement de ces fluides agités par l'attraction des astres doit en offrir de plus considérables. Aussi Newton qui s'occupa le premier de cet important problême, se contenta de déterminer la figure avec laquelle la mer serait en équilibre sous l'action du soleil et de la lune. Il supposa que la mer prend à chaque instant, cette figure ; et cette hypothèse qui facilite extrêmement les calculs, lui donna des résultats conformes sous beaucoup de rapports, aux observations. A la vérité, ce grand géomètre a eu égard au mouvement de rotation de la terre, pour expliquer le retard des marées sur les passages du soleil et de la lune au méridien ; mais son raisonnement est peu satisfaisant, et d'ailleurs il est contraire au résultat d'une rigoureuse ana-

lyse. L'académie des sciences proposa cette matière, pour le sujet d'un prix, en 1740; les pièces couronnées renferment des développemens de la théorie Newtonniene, fondés sur la même hypothèse de la mer en équilibre sous l'action des astres qui l'attirent. Il est visible cependant, que la rapidité du mouvement de rotation de la terre empêche les eaux qui la recouvrent, de prendre à chaque instant, la figure qui convient à l'équilibre des forces qui les animent; mais la recherche de ce mouvement combiné avec l'action du soleil et de la lune, offrait des difficultés supérieures aux connaissances que l'on avait alors dans l'analyse, et sur le mouvement des fluides. Aidé des découvertes que l'on a faites depuis sur ces deux objets, j'ai repris ce problême le plus épineux de toute la mécanique céleste. Les seules hypothèses que je me suis permises, sont que la mer inonde la terre entière, et qu'elle n'éprouve que de légers obstacles dans ses mouvemens; toute ma théorie est d'ailleurs, rigoureuse et fondée sur les principes du mouvement des fluides. En me rapprochant ainsi de la nature, j'ai eu la satisfaction de voir que mes résultats se rapprochaient des observations, sur-tout à

l'égard

l'égard du peu de différence qui existe dans nos ports, entre les deux marées d'un même jour, différence qui, suivant la théorie de Newton, serait fort grande. Je suis parvenu à ce résultat remarquable, savoir, que pour faire disparaître cette différence, il suffit de supposer par-tout à l'océan, la même profondeur. Daniel Bernoulli, dans sa pièce sur le flux et le reflux de la mer, qui partagea le prix de l'académie en 1740, essaya d'expliquer ce phénomène, par le mouvement de rotation de la terre; suivant lui, ce mouvement est trop rapide, pour que les marées puissent s'accommoder aux résultats de la théorie. Mais l'analyse nous montre, que cette rapidité n'empêcherait pas les marées d'être fort inégales, si la profondeur de la mer n'était pas constante. On voit par cet exemple, et par celui de Newton, que je viens de citer, combien on doit se défier des apperçus les plus vraisemblables, quand ils ne sont point vérifiés par un calcul rigoureux.

Les résultats précédens, quoique fort étendus, sont encore restreints par la supposition d'un fluide régulièrement répandu sur la terre, et qui n'éprouve que de très-légères résistances dans

ses mouvemens. L'irrégularité de la profondeur de l'océan, la position et la pente des rivages, leurs rapports avec les côtes voisines, les frottemens des eaux contre le fond de la mer, et la résistance qu'elles en éprouvent; toutes ces causes qu'il est impossible de soumettre au calcul, modifient les oscillations de cette grande masse fluide. Tout ce que nous pouvons faire, est d'analyser les phénomènes généraux des marées, qui doivent résulter des forces attractives du soleil et de la lune; et de tirer des observations, les données dont la connaissance est indispensable pour complèter dans chaque port, la théorie du flux et du reflux. Ces données sont autant d'arbitraires dépendantes de l'étendue de la mer, de sa profondeur, et des circonstances locales du port. Nous allons envisager sous ce point de vue, la théorie des oscillations de la mer, et sa correspondance avec les observations.

Considérons d'abord la seule action du soleil sur la mer, et supposons que cet astre se meut uniformément dans le plan de l'équateur. Il est visible que si le soleil animait de forces égales et parallèles, le centre de gravité de la terre et toutes les molécules de la mer;

le système entier du sphéroïde terrestre et des eaux qui le recouvrent, obéirait à ces forces, d'un mouvement commun, et l'équilibre des eaux ne serait point troublé. Cet équilibre n'est donc altéré que par la différence de ces forces, et par l'inégalité de leurs directions. Une molécule de la mer, placée au-dessous du soleil, en est plus attirée que le centre de la terre; elle tend ainsi à se séparer de sa surface; mais, elle y est retenue par sa pesanteur que cette tendance diminue. Un demi-jour après, cette molécule se trouve en opposition avec le soleil qui l'attire alors plus faiblement que le centre de la terre; la surface du globe terrestre tend donc à s'en séparer; mais la pesanteur de la molécule l'y retient attachée; cette force est donc encore diminuée par l'attraction solaire, et il est facile de s'assurer que la distance du soleil à la terre, étant fort grande relativement au rayon du globe terrestre, la diminution de la pesanteur dans ces deux cas, est à très-peu près la même. Une simple décomposition de l'action du soleil sur les molécules de la mer, suffit pour voir que dans toute autre position de cet astre par rapport à ces molécules, son action pour

troubler leur équilibre, redevient la même après un demi-jour.

Maintenant, on peut établir comme un principe général de mécanique, que l'état d'un système de corps, dans lequel les conditions primitives du mouvement ont disparu par les résistances qu'il éprouve, est périodique comme les forces qui l'animent; l'état de l'océan doit donc redevenir le même, à chaque intervalle d'un demi-jour, ensorte qu'il y a un flux et un reflux dans cet intervalle.

La loi suivant laquelle la mer s'élève et s'abbaisse, peut se déterminer ainsi. Concevons un cercle vertical dont la circonférence représente un demi-jour, et dont le diamètre soit égal à la marée totale, c'est-à-dire, à la différence des hauteurs de la pleine et de la basse mer; supposons que les arcs de cette circonférence, à partir du point le plus bas, expriment les tems écoulés depuis la basse mer; les sinus verses de ces arcs seront les hauteurs de la mer, qui correspondent à ces tems; ainsi la mer en s'élevant, baigne en tems égal, des arcs égaux de cette circonférence.

Cette loi s'observe exactement au milieu d'une mer libre de tous côtés; mais dans nos

ports, les circonstances locales en écartent un peu les marées. La mer y emploie un peu plus de tems à descendre qu'à monter; et à Brest, la différence de ces deux tems est d'environ dix minutes et demie.

Plus une mer est vaste, plus les phénomènes des marées doivent être sensibles. Dans une masse fluide, les impressions que reçoit chaque molécule, se communiquent à la masse entière; c'est par-là que l'action du soleil, qui est insensible sur une molécule isolée, produit sur l'océan, des effets remarquables. Imaginons un canal courbé sur le fond de la mer et terminé à l'une de ses extrémités, par un tube vertical qui s'élève au-dessus de sa surface, et dont le prolongement passe par le centre du soleil. L'eau s'élèvera dans ce tube, par l'action directe de l'astre qui diminue la pesanteur de ses molécules, et sur-tout par la pression des molécules renfermées dans le canal, et qui toutes font un effort pour se réunir au-dessous du soleil. L'élévation de l'eau dans le tube, au-dessus du niveau naturel de la mer, est l'intégrale de ces efforts infiniment petits; si la longueur du canal augmente, cette intégrale sera plus grande, parce qu'elle

s'étendra sur un plus long espace, et parce qu'il y aura plus de différence dans la direction et dans la quantité dont les molécules extrêmes seront animées. On voit par cet exemple, l'influence de l'étendue des mers sur les phénomènes des marées, et la raison pour laquelle le flux et le reflux sont insensibles dans les petites mers, telles que la mer Noire et la mer Caspienne.

La grandeur des marées dépend beaucoup des circonstances locales; les ondulations de la mer, resserrées dans un détroit, peuvent devenir fort grandes; la réflection des eaux par les côtes opposées, peut les augmenter encore. C'est ainsi que les marées généralement fort petites dans les îles de la mer du sud, sont très-considérables dans nos ports.

Si l'océan recouvrait un sphéroïde de révolution, et s'il n'éprouvait dans ses mouvemens, aucune résistance; l'instant de la pleine mer serait celui du passage du soleil au méridien supérieur ou inférieur; mais il n'en est pas ainsi dans la nature, et les circonstances locales font varier considérablement l'heure des marées, dans des ports même fort voisins. Pour avoir une juste idée de ces variétés, ima-

ginons un large canal communiquant avec la mer, et s'avançant fort loin dans les terres ; il est visible que les ondulations qui ont lieu à son embouchure, se propageront successsivement dans toute sa longueur, ensorte que la figure de sa surface sera formée d'une suite de grandes ondes en mouvement, qui se renouvelleront sans cesse, et qui parcourront leur longueur, dans l'intervalle d'un demi-jour. Ces ondes produiront à chaque point du canal, un flux et un reflux qui suivront les lois précédentes ; mais les heures du flux retarderont, à mesure que les points seront plus éloignés de l'embouchure. Ce que nous disons d'un canal, peut s'appliquer aux fleuves dont la surface s'élève et s'abaisse par des ondes semblables, malgré le mouvement contraire de leurs eaux. On observe ces ondes, dans toutes les rivières près de leur embouchure. Elles se propagent fort loin dans les grands fleuves ; et au détroit du Pauxis dans la rivière des Amazônes, à deux cents lieues de la mer, elles sont encore sensibles.

Considérons présentement l'action de la lune, et supposons que cet astre se meut uniformément dans le plan de l'équateur. Il

est clair qu'il doit exciter dans l'océan, un flux et un reflux semblable à celui qui résulte de l'action du soleil, et dont la période est d'un demi-jour lunaire ; or on a vu dans le livre précédent, que le mouvement total d'un système agité par de très-petites forces, est la somme des mouvemens partiels que chaque force lui eût imprimés séparément ; les deux flux partiels produits par les actions du soleil et de la lune, se combinent donc sans se troubler, et de leur combinaison, résulte le flux que nous observons dans nos ports.

Delà naissent les phénomènes les plus remarquables des marées. L'instant de la marée lunaire n'est pas toujours le même que celui de la marée solaire, puisque leurs périodes sont différentes. Si deux de ces marées coïncident ; la marée lunaire suivante retardera sur la marée solaire, de l'excès d'un demi-jour lunaire sur un demi-jour solaire, c'est-à-dire, de 1752″,5. Ces retards s'accumulant de jour en jour ; la pleine mer lunaire finira par coïncider avec la basse mer solaire, et réciproquement. Lorsque les deux marées lunaire et solaire coïncident, la marée composée est la plus grande ; ce qui produit les grandes marées

vers les sysigies. La marée composée est la plus petite, quand la pleine mer relative à l'un des astres, coïncide avec la basse mer relative à l'autre ; ce qui produit les petites marées vers les quadratures. Si la marée solaire l'emportait sur la marée lunaire ; il est visible que les heures de la plus grande et de la plus petite marée composée, coïncideraient avec l'heure à laquelle la marée solaire arriverait, si elle existait seule. Mais, si la marée lunaire l'emporte sur la marée solaire ; alors, la plus petite marée composée coïncide avec la basse mer solaire, et par conséquent, son heure est à un quart de jour d'intervalle, de l'heure de la plus grande marée composée. Voilà donc un moyen simple de reconnaître si la marée lunaire est plus grande ou moindre que la marée solaire. Toutes les observations concourent à faire voir que l'heure des plus petites marées diffère d'un quart de jour, de celle des plus grandes marées ; ainsi, la marée lunaire l'emporte sur la marée solaire.

On a vû dans le premier livre, que la valeur moyenne de la plus grande marée totale de chaque mois, est d'environ $18^{pi.},13$,

et que la valeur moyenne de la plus petite, est de $8^{pi.},67$. Il est aisé d'en conclure après les réductions convenables, que la marée moyenne lunaire, celle qui répond à la partie constante de la parallaxe de la lune, est trois fois plus petite que la marée moyenne solaire, ou ce qui revient au même, que l'action de la lune pour soulever les eaux de la mer, est triple de celle du soleil.

L'action d'un astre pour soulever une molécule d'eau placée entre cet astre et le centre de la terre, est égale à la différence de son action sur ce centre et sur la molécule, et cette différence est le double du quotient de la masse de l'astre, multipliée par le rayon terrestre, et divisée par le cube de la distance de cet astre au centre de la terre. Ce quotient relativement au soleil est, par le chapitre V, la 179ième partie de la pesanteur qui sollicite la lune vers la terre, multipliée par le rapport du rayon de la terre, à la distance de la lune; cette pesanteur est à très-peu près égale à la somme des masses de la terre et de la lune, divisée par le quarré de la distance lunaire; l'action du soleil, pour

soulever les eaux de la mer, est donc quatre-vingt-neuf fois et demi, moindre que la somme des masses de la terre et de la lune, multipliée par le rayon de la terre, et divisée par le cube de la distance lunaire. Mais cette action n'est que le tiers de l'action de la lune, qui est le double de sa masse multipliée par le rayon terrestre, et divisée par le cube de sa distance; ainsi, la masse de la lune est à la somme des masses de la lune et de la terre, comme 3 est à 179; d'où il suit que cette masse est à fort peu près $\frac{1}{58,7}$ de celle de la terre. Son volume n'étant que $\frac{1}{49,316}$ de celui de la terre, sa densité est 0,8401, la moyenne densité de la terre étant prise pour unité; et le poids 1 sur la terre, transporté à la surface de la lune, se réduirait à 0,2291.

Si la mer prenait à chaque instant, la figure qui convient à l'équilibre des forces qui l'animent, la plus grande marée totale serait d'environ trois pieds à l'équateur; c'est la valeur moyenne que l'on observe dans la vaste mer du sud. Mais la grande variété des marées, que l'on observe dans des ports même très-voisins, nous prouve que les cir-

constances locales peuvent en accroître considérablement l'étendue.

La grandeur et la loi des variations des marées totales près de leur *maximum* et de leur *minimum*, est exactement la même par la théorie de la pesanteur, que suivant les observations. Leur accroissement en s'éloignant du *minimum*, est le double de leur diminution en s'éloignant du *maximum*, comme les observations l'indiquent.

Puisque la marée lunaire l'emporte sur la marée solaire, la marée composée doit se régler principalement sur la marée lunaire, et dans un tems donné, il doit y avoir autant de marées que de passages de la lune au méridien supérieur ou inférieur ; ce qui est conforme à ce que l'on observe. Mais l'instant de la marée composée doit osciller autour de l'instant de la marée lunaire, suivant une loi dépendante des phases de la lune, et du rapport de son action à celle du soleil. Le premier de ces instans précède le second, depuis la plus grande jusqu'à la plus petite marée ; il le suit depuis la plus petite jusqu'à la plus grande marée; ensorte que l'heure moyenne de la marée composée, étant la même que celle de la marée

lunaire, le retard moyen des marées d'un jour à l'autre, est de 3505".

Suivant la théorie, comme par les observations, le retard des marées varie ainsi que leur hauteur, avec les phases de la lune. Le plus petit retard coïncide avec la plus grande hauteur; le plus grand retard coïncide avec la plus petite hauteur, et par un accord remarquable, la théorie donne pour ces retards d'un jour à l'autre, 2708" et 5150", les mêmes qui résultent des observations. Cet accord prouve à-la-fois la vérité de cette théorie, et l'exactitude du rapport supposé entre les actions de la lune et du soleil. En changeant un peu ce rapport, il serait fort éloigné de satisfaire aux observations des hauteurs et des intervalles des marées qui le donnent par conséquent, avec beaucoup de précision.

On doit faire ici une remarque importante de laquelle dépend l'explication de plusieurs phénomènes des marées. Si le sphéroïde que recouvre la mer, était un solide de révolution, les marées partielles auraient lieu à l'instant du passage de leurs astres respectifs au méridien; ainsi, quand la sysigie arriverait à midi, les deux marées lunaire et solaire coïncide-

raient avec cet instant qui serait celui de la plus grande marée composée. Cette plus grande marée aurait encore lieu, le jour même de la sysigie; si les deux marées partielles suivaient à très-peu près du même intervalle, les passages au méridien, des astres qui les produisent. Mais le mouvement journalier de la lune dans son orbite, étant considérable; la rapidité de ce mouvement peut influer sensiblement sur l'intervalle dont cet astre précède le flux lunaire. En effet, l'action du soleil et de la lune sur une molécule de la mer, produit à chaque instant, une onde infiniment petite dont cette molécule est l'origine, et qui se propage dans toute l'étendue de l'océan; c'est de la somme de ces ondes, que se compose le mouvement de cette grande masse fluide; or il est visible que celles dont l'origine est éloignée, doivent employer un tems considérable à parvenir dans nos ports; le flux que l'on y observe est donc le résultat des impressions communiquées à la mer, quelque tems auparavant. Quoique dans le cas d'un solide de révolution recouvert par la mer, ces impressions se coordonnent de manière que le flux arrive à l'instant même du passage de l'astre au méri-

dien, cependant, si la profondeur de la mer est irrégulière, il peut suivre d'un ou de plusieurs jours, le passage qui doit être censé le produire; et comme dans cet intervalle, le mouvement de la lune dans son orbite, est très-sensible; l'intervalle dont elle précède au méridien, le flux lunaire, peut être fort différent de celui dont le soleil précède au méridien, le flux solaire.

Nous aurons une juste idée de cette différence, en imaginant comme ci-dessus, un vaste canal communiquant avec la mer, et s'avançant fort loin dans les terres, sous le méridien de son embouchure. Si l'on suppose qu'à cette embouchure, la pleine mer a lieu à l'instant même du passage de l'astre au méridien, et qu'elle emploie vingt-une heures à parvenir à son extrémité; il est visible qu'à ce dernier point, la marée solaire suivra d'une heure, le passage de cet astre au méridien; mais deux jours lunaires formant $2^{j.},070$ solaires, le flux lunaire ne suivra que de $30'$ le passage de la lune au méridien; ensorte qu'il y aura $70'$ de différence, entre les intervalles dont les flux lunaire et solaire suivront les passages de leurs astres respectifs, au méridien.

Il suit de-là que le *maximum* et le *minimum* de la marée, n'ont point lieu aux jours même de la sysigie et de la quadrature, mais un ou deux jours après; quand l'intervalle dont la marée lunaire suit le passage de la lune au méridien, ajouté à l'intervalle dont la lune suit le soleil au méridien, est égal à l'intervalle dont la marée solaire suit le passage du soleil au méridien. Ainsi dans l'exemple précédent, ce *maximum* et ce *minimum* qui, à l'embouchure du canal, ont lieu aux jours même de la sysigie et de la quadrature, n'arrivent à son extrémité, que vingt-une heures après.

J'ai trouvé par la comparaison d'un grand nombre d'observations et par diverses méthodes, qu'à Brest, l'intervalle dont la plus grande marée suit la sysigie, est à fort peu près d'un jour et demi. Il en résulte que dans ce port, la marée solaire suit de 18718″, le passage du soleil au méridien, et que la marée lunaire suit de 13466″, le passage de la lune au méridien. Les heures des marées à Brest sont donc les mêmes qu'à l'extrémité d'un canal qui communiquerait avec la mer; en concevant qu'à son embouchure, les marées

partielles

partielles ont lieu à l'instant même du passage des astres au méridien, et qu'elles emploient un jour et demi, à parvenir à son extrémité supposée de 18718" plus orientale que son embouchure. En général, l'observation et la théorie m'ont conduit à regarder chacun de nos ports de France, relativement aux marées, comme l'extrémité d'un canal à l'embouchure duquel les marées partielles ont lieu à l'instant même du passage des astres au méridien, et se transmettent dans un jour et demi, à son extrémité supposée plus orientale que son embouchure, d'une quantité très-différente pour les différens ports.

On peut observer que la différence des intervalles dont les marées partielles suivent le passage des astres qui les produisent, au méridien, ne change point les phénomènes du flux et du reflux. Pour un système d'astres mus uniformément dans le plan de l'équateur, elle ne fait que reculer d'un jour et demi, les phénomènes calculés dans l'hypothèse où ces intervalles seraient nuls.

Plusieurs philosophes ont attribué le retard des phénomènes des marées sur les phases de la lune, au tems que son action emploie à

se transmettre à la terre. Mais cette hypothèse ne peut pas subsister avec l'inconcevable activité de la force attractive, activité dont on verra les preuves à la fin de ce livre. Ce n'est donc point au tems de cette transmission, mais à celui que les impressions communiquées par les astres à la mer, emploient à parvenir dans nos ports, qu'il faut attribuer ce retard.

Jusqu'ici, nous avons supposé le soleil et la lune mus d'une manière uniforme, dans le plan de l'équateur; faisons présentement varier leurs mouvemens et leurs distances au centre de la terre. En développant les expressions de leur action sur la mer, on peut en représenter chaque terme, par l'action d'un astre mû circulairement et uniformément autour de la terre; il est donc facile par les principes que nous venons d'exposer, de déterminer le flux et reflux de la mer correspondans aux diverses inégalités du soleil et de la lune. En soumettant ainsi à l'analyse, les phénomènes des marées; on trouve que les marées produites par le soleil et la lune, augmentent en raison inverse du cube de leurs distances; les marées doivent donc, toutes choses égales d'ailleurs, croître dans le périgée

de la lune, et diminuer dans son apogée. Ce phénomène est très-sensible à Brest; la comparaison des observations m'a fait voir qu'à cent secondes de variation dans le demi-diamètre de la lune, répond un pied et demi de variation dans la marée totale, quand la lune est dans l'équateur; et ce résultat de l'observation est tellement conforme à celui de la théorie, que l'on aurait pu déterminer par ce moyen, la loi de l'action de la lune sur la mer, relative à sa distance.

Les variations de la distance du soleil à la terre, sont sensibles sur les hauteurs des marées, mais beaucoup moins que celles de la distance de la lune; parce que son action pour élever les eaux de la mer, est trois fois plus petite, et sa distance à la terre varie dans un moindre rapport. Ce résultat de la théorie est conforme aux observations.

L'action de la lune étant plus grande, et son mouvement étant plus rapide, lorsqu'elle est plus près de la terre; la marée composée dans les sysigies périgées, doit se rapprocher de la marée lunaire qui doit se rapprocher elle-même, du passage de la lune au méridien; car on vient de voir que la marée partielle se

rapproche d'autant plus de l'astre qui la cause, que son mouvement est plus rapide. Les marées périgées du jour de la sygisie doivent donc avancer, et les marées apogées doivent retarder. On a vu dans le premier livre, que suivant les observations, chaque minute d'accroissement ou de diminution dans le demi-diamètre lunaire, fait avancer ou retarder la pleine mer, de 354'', et c'est à fort peu près, ce qui résulte de la théorie.

La parallaxe de la lune influe encore sur l'intervalle de deux marées consécutives du matin ou du soir, vers les sysigies, ou dans le voisinage du *maximum* des marées. Suivant la théorie, une minute de variation dans le demi-diamètre de la lune, fait varier cet intervalle, de 256'', exactement comme par les observations.

Ces deux phénomènes ont également lieu dans les quadratures ; mais la théorie fait voir qu'ils y sont trois fois moindres que dans les sysigies, et c'est ce que les observations confirment. Pour en concevoir la raison ; il faut considérer que le retard journalier de la marée lunaire augmente, quand le mouvement de la lune est plus rapide, comme cela a lieu dans

le périgée ; et que le retard des marées sysigies augmente et se rapproche du retard journalier de la marée lunaire, quand la force lunaire augmente ; ces deux causes concourent donc à augmenter l'intervalle des marées sysigies périgées. Dans les quadratures, quand la force lunaire augmente, le retard journalier de la marée diminue, en se rapprochant du retard de la marée lunaire ; ainsi l'intervalle des marées augmente par la rapidité dn mouvement de la lune périgée, et diminue par l'accroissement de la force lunaire ; les deux causes agissant donc alors en sens contraire, l'accroissement du retard de la marée n'est que l'effet de leur différence, et par cette raison, il est moindre que dans les sysigies.

Après avoir développé la théorie du flux et du reflux de la mer, en supposant le soleil et la lune mus dans le plan de l'équateur ; nous allons considérer les mouvemens de ces astres, tels qu'ils sont dans la nature ; nous verrons naître de leurs déclinaisons, de nouveaux phénomènes qui comparés aux observations, confirmeront de plus en plus la théorie précédente.

Ce cas général peut encore se ramener à

celui de plusieurs astres mus uniformément dans le plan de l'équateur; mais il faut donner à ces astres, des mouvemens très-différens dans leurs orbites. Les uns s'y meuvent avec lenteur, ils produisent un flux et un reflux dont la période est d'un demi-jour; d'autres ont un mouvement de révolution à-peu-près égal à la moitié du mouvement de rotation de la terre, et ils produisent un flux et un reflux dont la periode est d'environ un jour; d'autres enfin ont un mouvement de révolution à-peu-près égal au mouvement de rotation de la terre; ils produisent un flux et un reflux dont les périodes sont d'un mois et d'une année. Examinons ces trois espèces de marées.

La première renferme non-seulement les oscillations que nous venons de considérer, et qui dependent des mouvemens du soleil et de la lune, et des variations de leurs distances à la terre; mais d'autres encore dépendantes de leurs déclinaisons. En soumettant celles-ci à l'analyse; on trouve que les marées totales des sysigies des équinoxes, sont plus grandes que celles des sysigies des solstices, dans le rapport du rayon, au quarré du cosinus de la déclinaison du soleil ou de la lune vers les

solstices ; on trouve de plus, que les marées des quadratures des solstices surpassent celles des quadratures des équinoxes, dans un plus grand rapport que celui du rayon, au quarré du cosinus de la déclinaison de la lune, vers les quadratures des équinoxes. Ces résultats de la théorie sont confirmés par toutes les observations qui ne laissent aucun doute sur l'affaiblissement de l'action des astres, à mesure qu'ils s'éloignent de l'équateur.

Les déclinaisons du soleil et de la lune sont sensibles même sur les lois de la diminution et de l'accroissement des marées, en partant du *maximum* et du *minimum*. Leur diminution est suivant les observations, comme par la théorie, d'environ un tiers, plus rapide dans les sysigies des équinoxes, que dans les sysigies des solstices ; leur accroissement est suivant les observations, comme par la théorie, environ deux fois plus rapide dans les quadratures des équinoxes, que dans les quadratures des solstices.

La position des nœuds de l'orbite lunaire, est pareillement sensible sur les hauteurs des marées, par son influence sur les déclinaisons de la lune.

Le mouvement de cet astre en ascension droite, plus prompt dans les solstices que dans les équinoxes, doit rapprocher la marée lunaire, du passage de l'astre au méridien; l'heure des marées sysigies équinoxiales doit donc retarder sur l'heure des marées sysigies solsticiales, Par la même raison, l'heure des marées des quadratures des solstices, doit retarder sur celle des marées des quadratures des équinoxes; et la théorie donne ce retard environ quadruple du premier.

Les déclinaisons du soleil et de la lune influent encore sur le retard journalier des marées des équinoxes et des solstices; il doit être plus grand vers les sysigies des solstices, que vers les sysigies des équinoxes; plus grand encore vers les quadratures des équinoxes, que vers les quadratures des solstices, et dans ce second cas, la différence des retards est quatre fois plus grande que dans le premier cas. Les observations confirment avec une précision remarquable, ces divers résultats de la théorie.

Les marées de la seconde espèce, dont la période est d'un jour, sont proportionnelles au produit du sinus, par le cosinus de la déclinaison des astres; elles sont nulles, quand

les astres sont dans l'équateur, et elles croissent à mesure qu'ils s'en éloignent. En se combinant avec les marées de la première espèce, elles rendent inégales, les deux marées d'un même jour. C'est par cette cause, que la marée du matin, à Brest, est d'environ $0^{\text{pi.}},563$, plus grande que celle du soir vers les sysigies du solstice d'hiver, et plus petite de la même quantité, vers les sysigies du solstice d'été, comme on l'a vu dans le premier livre. La même cause rend encore la marée du matin, plus grande que celle du soir, de $0^{\text{pi.}},419$, vers les quadratures de l'équinoxe d'automne, et plus petite de la même quantité, vers les quadratures de l'équinoxe du printems.

En général, les marées de la seconde espèce, sont peu considérables dans nos ports; leur grandeur est une arbitraire dépendante des circonstances locales qui peuvent les augmenter et diminuer en même-tems les marées de la première espèce, jusqu'à les rendre insensibles. Imaginons en effet, un large canal communiquant par ses deux extrémités, avec l'océan; la marée dans un port situé sur la rive de ce canal, sera le résultat des ondulations trans-

mises par ses deux embouchures ; or il peut arriver qu'à raison de la situation du port, les ondulations de la première espèce y parviennent dans des tems tels que le *maximum* des unes coïncide avec le *minimum* des autres ; et si d'ailleurs, elles sont égales entre elles, il est clair qu'il n'y aura point de flux et de reflux dans le port, en vertu de ces ondulations. Mais il y aura un flux produit par les ondulations de la seconde espèce, qui ayant une période deux fois plus longue, ne correspondront point de manière que le *maximum* de celles qui viennent par une embouchure, coïncide avec le *minimum* de celles qui arrivent par l'autre embouchure. Dans ce cas, il n'y aura point de flux et de reflux, quand le soleil et la lune seront dans le plan de l'équateur ; mais la marée deviendra sensible, lors que la lune s'éloignera de ce plan, et alors, il n'y aura qu'un flux et un reflux par jour lunaire, ensorte que si le flux arrive au coucher de la lune, le reflux arrivera à son lever. Ce singulier phénomène a été observé à Batsha, port du royaume de Tunking, et dans quelques autres lieux. Il est vraisemblable que des observations faites dans les divers ports de la

terre, offriraient toutes les variétés intermédiaires entre les marées de Batsha et celles de nos ports.

Considérons enfin les marées de la troisième espèce, dont les périodes sont fort longues et indépendantes de la rotation de la terre. Si les durées de ces périodes, étaient infinies ; ces marées n'auraient d'autre effet que de changer la figure permanente de la mer qui parviendrait bientôt à l'état d'équilibre dû aux forces qui les produisent. Mais il est visible que la longueur de ces périodes doit rendre l'effet de ces marées, à très-peu près le même que dans le cas où elle serait infinie ; on peut donc considérer la mer, comme étant sans cesse en équilibre sous l'action des astres fictifs qui produisent les marées de la troisième espèce, et les déterminer dans cette hypothèse. Ces marées sont très-petites ; elles sont cependant sensibles à Brest, et conformes au résultat du calcul.

On voit par cet exposé, l'accord de la théorie du flux et du reflux de la mer, fondée sur la loi de la pesanteur universelle, avec les phénomènes des hauteurs et des intervalles des marées. Si la terre n'avait point de satellite,

et si son orbe était circulaire et situé dans le plan de l'équateur; nous n'aurions pour reconnaître l'action du soleil sur l'océan, que l'heure toujours la même, de la pleine mer, et la loi de sa formation. Mais l'action de la lune, en se combinant avec celle du soleil, produit dans les marées, des variétés relatives à ses phases, et dont l'accord avec les observations ajoute une grande probabilité à la théorie de la pesanteur. Toutes les inégalités du mouvement, de la déclinaison et de la distance de ces deux astres, donnent naissance à un grand nombre de phénomènes que l'observation a fait reconnaître, et qui mettent cette théorie, hors d'atteinte. C'est ainsi que les variétés dans l'action des causes, en établissent l'existence. L'action du soleil et de la lune sur la mer, suite nécessaire de l'attraction universelle démontrée par tous les phénomènes célestes, étant confirmée directement par les phénomènes des marées; elle ne doit laisser aucun doute. Elle est portée maintenant à un tel degré d'évidence, qu'il existe sur cet objet, un accord unanime entre les savans instruits de ces phénomènes, et suffisamment versés dans la géométrie et dans la mécanique, pour en saisir

les rapports avec la loi de la pesanteur. Une longue suite d'observations encore plus précises que celles qui ont été faites, rectifiera les élémens déjà connus, fixera la valeur de ceux qui sont incertains, et développera des phénomènes jusqu'ici enveloppés dans les erreurs des observations. Les marées ne sont pas moins intéressantes à connaître, que les inégalités des mouvemens célestes, et méritent autant l'attention des observateurs. On a négligé de les suivre avec une exactitude convenable, à cause des irrégularités qu'elles présentent ; mais je puis assurer d'après un mûr examen, que ces irrégularités disparaissent en multipliant les observations ; leur nombre ne doit pas même être pour cela, fort-considérable à Brest dont la position est très-favorable à ce genre d'observations.

Il me reste à parler de la méthode de déterminer l'heure de la marée, à un jour quelconque. Rappellons-nous que chacun de nos ports peut être considéré comme étant à l'extrémité d'un canal à l'embouchure duquel les marées partielles arrivent au moment même du passage des astres au méridien, et emploient un jour et demi, à parvenir à son extrémité supposée

plus orientale que son embouchure, d'un certain nombre d'heures ; ce nombre est ce que je nomme *heure fondamentale* du port. On peut facilement la conclure de l'heure de l'établissement du port, en considérant que celle-ci est l'heure de la marée, lorsqu'elle coïncide avec la sysigie. Le retard des marées d'un jour à l'autre, étant alors de 2708", ce retard sera de 3955" pour un jour et demi ; c'est la quantité qu'il faut ajouter à l'heure de l'établissement, pour avoir l'heure fondamentale. Maintenant, si l'on augmente les heures des marées à l'embouchure, de quinze heures plus l'heure fondamentale, on aura les heures des marées correspondantes dans le port. Ainsi, le problême se réduit à déterminer les heures des marées dans un lieu dont la longitude est connue, en supposant que les marées partielles arrivent à l'instant du passage des astres au méridien. L'analyse donne pour cet objet, des formules très-simples, faciles à réduire en tables qu'il serait utile d'insérer dans les éphémérides destinées aux marins.

CHAPITRE XI.

De la stabilité de l'équilibre des mers.

PLUSIEURS causes irrégulières, telles que les vents et les tremblemens de terre, agitent la mer, la soulèvent à de grandes hauteurs, et la font quelquefois sortir de ses limites. Cependant, l'observation nous montre qu'elle tend à reprendre son état d'équilibre, et que les frottemens et les résistances de tout genre, finiraient bientôt par l'y ramener, sans l'action du soleil et de la lune. Cette tendance constitue l'équilibre *ferme* ou *stable*, dont on a parlé dans le troisième livre. On a vu que la stabilité de l'équilibre d'un système de corps peut être absolue, ou avoir lieu quelque soit le petit dérangement qu'il éprouve ; elle peut n'être que relative et dépendre de la nature de son ébranlement primitif. De quelle espèce est la stabilité de l'équilibre des mers ? C'est ce

que les observations ne peuvent pas nous apprendre avec une entière certitude; car, quoique dans la variété presque infinie des ébranlemens que l'océan éprouve par l'action des causes irrégulières, il paraisse toujours tendre vers son état d'équilibre ; on peut craindre cependant, qu'une cause extraordinaire vienne à lui communiquer un ébranlement qui peu considérable dans son origine, augmente de plus en plus, et l'élève au-dessus des plus hautes montagnes ; ce qui expliquerait plusieurs phénomènes d'histoire naturelle. Il est donc intéressant de rechercher les conditions nécessaires à la stabilité absolue de l'équilibre des mers, et d'examiner si ces conditions ont lieu dans la nature. En soumettant cet objet, à l'analyse, je me suis assuré que l'équilibre de l'océan est stable, si sa densité est moindre que la moyenne densité de la terre, ce qui est fort vraisemblable ; car il est naturel de penser que ses couches sont d'autant plus denses, qu'elles sont plus voisines de son centre. On a vu d'ailleurs que cela est prouvé par les mesures du pendule et des degrés des méridiens, et par l'attraction observée des montagnes. La mer est donc dans un état ferme

d'équilibre,

d'équilibre, et si, comme il est difficile d'en douter, elle a recouvert autrefois, des continens aujourd'hui fort élevés au-dessus de son niveau ; il faut en chercher la cause, ailleurs que dans le défaut de stabilité de son équilibre.

CHAPITRE XII.

Des oscillations de l'atmosphère.

Pour arriver à l'océan, l'action du soleil et de la lune traverse l'atmosphère qui doit par-conséquent, en éprouver l'influence, et être assujettie à des mouvemens semblables à ceux de la mer. Delà résultent des vents et des oscillations dans le baromètre, dont les périodes sont les mêmes que celles du flux et du reflux. Mais ces vents sont peu considérables et presque insensibles dans une atmosphère d'ailleurs fort agitée. L'étendue des oscillations du baromètre n'est pas de deux millièmes de pied, à l'équateur même où elle est la plus grande. Cepen-

dant, comme les circonstances locales augmentent considérablement les oscillations de la mer; elles peuvent également accroître les oscillations du baromètre dont l'observation suivie sous ce rapport, mérite l'attention des physiciens.

Nous remarquerons ici, que l'attraction du soleil et de la lune ne produit ni dans la mer, ni dans l'atmosphère, aucun mouvement constant d'orient en occident; celui que l'on observe dans l'atmosphère entre les tropiques, sous le nom de *vents alisés*, a donc une autre cause; voici la plus vraisemblable.

Le soleil que nous supposons pour plus de simplicité, dans le plan de l'équateur, y raréfie par sa chaleur, les colonnes d'air, et les élève au-dessus de leur véritable niveau; elles doivent donc retomber par leur poids, et se porter vers les pôles, dans la partie supérieure de l'atmosphère; mais en même-tems, il doit survenir dans la partie inférieure, un nouvel air frais qui arrivant des climats situés vers les pôles, remplace celui qui a été raréfié à l'equateur. Il s'établit ainsi deux courans d'air opposés, l'un dans la partie inférieure, et l'autre, dans la partie supérieure de l'atmos-

phère ; or la vîtesse réelle de l'air due à la rotation de la terre, est d'autant moindre, qu'il est plus près du pôle ; il doit donc, en s'avançant vers l'équateur, tourner plus lentement que les parties correspondantes de la terre ; et les corps placés à la surface terrestre, doivent le frapper avec l'excès de leur vîtesse, et en éprouver par sa réaction, une résistance contraire à leur mouvement de rotation. Ainsi, pour l'observateur qui se croit immobile, l'air paraît souffler dans un sens opposé à celui de la rotation de la terre, c'est-à-dire, d'orient en occident ; c'est en effet, la direction des vents alisés.

Si l'on considère toutes les causes qui troublent l'équilibre de l'atmosphère ; sa grande mobilité due à sa fluidité et à son ressort ; l'influence du froid et de la chaleur sur son élasticité ; l'immense quantité de vapeurs dont elle se charge et se décharge alternativement ; enfin les changemens que la rotation de la terre produit dans la vîtesse relative de ses molécules, par cela seul quelle se déplacent dans le sens des méridiens ; on ne sera point étonné de l'inconstance et de la variété de ses mouvemens qu'il sera très-difficile d'assujettir à des lois certaines.

CHAPITRE XIII.

De la précession des équinoxes, et de la nutation de l'axe de la terre.

TOUT est lié dans la nature, et ses lois générales enchaînent les uns aux autres, les phénomènes qui semblent le plus disparates : ainsi, la rotation du sphéroïde terrestre l'applatit à ses pôles ; et cet applatissement combiné avec l'action du soleil et de la lune, donne naissance à la précession des équinoxes, qui, avant la découverte de la pesanteur universelle, ne paraissait avoir aucun rapport au mouvement diurne de la terre.

Imaginons que cette planète soit un sphéroïde homogène renflé à son équateur ; on peut alors la considérer comme étant formée d'une sphère d'un diamètre égal à l'axe des pôles, et d'un ménisque qui recouvre cette sphère, et dont la plus grande épaisseur est à

l'équateur du sphéroïde. Les molécules de ce ménisque peuvent être regardées comme autant de petites lunes adhérentes entr'elles, et faisant leurs révolutions dans un tems égal à celui de la rotation de la terre; les nœuds de toutes leurs orbites doivent donc rétrograder par l'action du soleil, comme les nœuds de l'orbe lunaire; et de ces mouvemens rétrogrades, il doit se composer, en vertu de la liaison de tous ces corps, un mouvement dans le ménisque, qui fait rétrograder ses points d'intersection avec l'écliptique; mais ce ménisque adhérant à la sphère qu'il recouvre, partage avec elle son mouvement rétrograde qui, par-là, est considérablement rallenti : l'intersection de l'équateur avec l'écliptique, c'est-à-dire, les équinoxes doivent donc, par l'action du soleil, avoir un mouvement rétrograde. Essayons d'en approfondir les lois et la cause.

Pour cela, considérons l'action du soleil sur un anneau situé dans le plan de l'équateur. Si l'on imagine la masse de cet astre, distribuée uniformément sur la circonférence de son orbe supposé circulaire; il est visible que l'action de cet orbe solide représentera l'action moyenne du soleil. Cette action sur chacun des points

de l'anneau, élevés au-dessus de l'écliptique, étant décomposée en deux, l'une située dans le plan de l'anneau, et l'autre perpendiculaire à ce plan ; il est facile de voir que la résultante de ces dernières actions relatives à tous ces points, est perpendiculaire au même plan, et placée sur le diamètre de l'anneau, perpendiculaire à la ligne de ses nœuds. L'action de l'orbe solaire sur la partie de l'anneau inférieure à l'écliptique, produit semblablement une résultante perpendiculaire au plan de l'anneau, et située dans la partie inférieure du même diamètre. Ces deux résultantes tendent à rapprocher l'anneau de l'écliptique, en le faisant mouvoir sur la ligne de ses nœuds : son inclinaison à l'écliptique diminuerait donc par l'action moyenne du soleil, et ses nœuds seraient fixes, sans le mouvement de rotation de l'anneau que nous supposons ici tourner en même tems que la terre. Mais ce mouvement conserve à l'anneau, une inclinaison constante à l'écliptique, et change l'effet de l'action du soleil, dans un mouvement rétrograde des nœuds ; il fait passer à ces nœuds, une variation qui, sans lui, serait dans l'inclinaison ; et il donne à l'inclinaison, la constance qui serait

dans les nœuds. Pour concevoir la raison de ce singulier changement ; faisons varier infiniment peu la situation de l'anneau, de manière que les plans de ses deux positions se coupent suivant le diamètre perpendiculaire à la ligne des nœuds. On peut décomposer à la fin d'un instant quelconque, le mouvement de chacun de ses points, en deux, l'un qui doit subsister seul, dans l'instant suivant ; l'autre perpendiculaire au plan de l'anneau, et qui doit être détruit ; il est clair que la résultante de ces seconds mouvemens relatifs à tous les points de la partie supérieure de l'anneau, sera perpendiculaire à son plan, et placée sur le diamètre que nous venons de considérer, ce qui a également lieu par rapport à la partie inférieure de l'anneau. Pour que cette résultante soit détruite par l'action de l'orbe solaire, et afin que l'anneau, en vertu de ces forces, soit en équilibre autour de son centre ; il faut qu'elles soient contraires, et que leurs momens par rapport à ce point, soient égaux. La première de ces conditions exige que le changement de position supposé à l'anneau, soit rétrograde ; la seconde condition détermine la quantité de ce changement, et par conséquent la vîtesse du mouvement rétrograde

de ses nœuds. Il est aisé de voir que cette vîtesse est proportionnelle à la masse du soleil, divisée par le cube de sa distance à la terre, et multipliée par le cosinus de l'obliquité de l'écliptique.

Les plans de l'anneau, dans deux positions consécutives, se coupant suivant un diamètre perpendiculaire à la ligne des nœuds ; il en résulte que l'inclinaison de ces deux plans à l'écliptique, est constante : l'inclinaison de l'anneau ne varie donc point par l'action moyenne du soleil.

Ce que l'on vient de voir relativement à un anneau, l'analyse le démontre par rapport à un sphéroïde quelconque peu différent d'une sphère. L'action moyenne du soleil produit dans les équinoxes, un mouvement proportionnel à la masse de cet astre, divisée par le cube de sa distance, et multipliée par le cosinus de l'obliquité de l'écliptique. Ce mouvement est rétrograde, quand le sphéroïde est applati à ses pôles ; sa vîtesse dépend de l'applatissement du sphéroïde ; mais l'inclinaison de l'équateur à l'écliptique, reste toujours la même.

L'action de la lune fait pareillement rétrograder les nœuds de l'équateur terrestre sur le

plan de son orbite ; mais la position de ce plan et son inclinaison à l'équateur variant sans cesse par l'action du soleil, et le mouvement rétrograde des nœuds de l'équateur sur l'orbite lunaire, produit par l'action de la lune, étant proportionnel au cosinus de cette inclinaison, ce mouvement est variable. D'ailleurs, en le supposant uniforme, il ferait varier, suivant la position de l'orbite lunaire, le mouvement rétrograde des équinoxes, et l'inclinaison de l'équateur à l'écliptique. Un calcul assez simple suffit pour voir que de l'action de la lune, combinée avec le mouvement du plan de son orbite, il résulte, 1°. un moyen mouvement dans les équinoxes, égal à celui que cet astre produirait s'il se mouvait sur le plan même de l'écliptique ; 2°. une inégalité soustractive de ce mouvement rétrograde, et proportionnelle au sinus de la longitude du nœud ascendant de l'orbite lunaire ; 3°. une diminution dans l'obliquité de l'écliptique, proportionnelle au cosinus du même angle. Ces deux inégalités sont représentées à-la-fois, par le mouvement de l'extrémité de l'axe terrestre prolongé jusqu'au ciel, sur une petite ellipse, conformément aux lois exposées dans le chapitre XI du

premier livre ; le grand axe de cette ellipse étant à son petit axe, comme le cosinus de l'obliquité de l'écliptique est au cosinus du double de cette obliquité.

On conçoit, par ce qui vient d'être dit, la cause de la précession des équinoxes et de la nutation de l'axe terrestre ; mais un calcul rigoureux, et la comparaison de ses résultats avec les observations, sont la pierre de touche d'une théorie. Celle de la pesanteur est redevable à Dalembert, de l'avantage d'avoir été ainsi vérifiée relativement aux deux phénomènes précédens. Ce grand géomètre a déterminé le premier, par une très-belle analyse, les mouvemens de l'axe de la terre, en supposant aux couches du sphéroïde terrestre, une figure et une densité quelconque ; et non-seulement il a trouvé des résultats conformes aux observations ; il a de plus fait connaître les vraies dimensions de la petite ellipse que decrit le pôle de la terre, sur lesquelles les observations de Bradley laissaient quelque incertitude.

Les influences d'un astre sur le mouvement de l'axe terrestre et sur celui des mers, sont l'une et l'autre, proportionnelles à la masse de l'astre, divisée par le cube de sa distance à la

terre. La nutation de cet axe étant uniquement due à l'action de la lune, tandis que la précession moyenne des équinoxes est le résultat des actions réunies de la lune et du soleil ; il est visible que les quantités observées de ces deux phénomènes doivent donner le rapport de ces actions. En supposant avec Bradley, la précession annuelle des équinoxes, de 154″,4, et l'étendue entière de la nutation, égale à 55″,6; on trouve l'action de la lune à très-peu près double de celle du soleil. Mais une légère différence dans l'étendue de la nutation, en produit une considérable dans le rapport des actions de ces deux astres ; et pour égaler ce rapport à trois, conformément à toutes les observations des marées, il suffit de porter l'étendue entière de la nutation à 62″, 2. Maskeline, en discutant de nouveau, les observations de Bradley, l'a trouvée de 58″,6, ce qui ne diffère que de 3″,6 du résultat donné par les phénomènes du flux et du reflux de la mer. Une aussi petite différence étant presque insensible par les observations des étoiles, le rapport des deux actions lunaire et solaire est beaucoup mieux déterminé par les marées ; il me paraît donc que l'on doit fixer l'équa-

tion de la nutation, à 31″,1 ; celle de la précession, à 58″,2, et l'équation lunaire des tables du soleil, à 27″,5.

Les phénomènes de la précession et de la nutation, répandent une nouvelle lumière sur la constitution du sphéroïde terrestre ; ils donnent une limite de l'applatissement de la terre supposée elliptique, et il en résulte que cet applatissement n'est pas au-dessus de $\frac{1}{305}$, ce qui est conforme aux expériences du pendule. On a vû dans le chapitre VII, qu'il existe dans l'expression du rayon vecteur du sphéroïde terrestre, des termes qui peu sensibles en eux-mêmes et sur la longueur du pendule, écartent très-sensiblement les degrés des méridiens, de la figure elliptique. Ces termes disparaissent entièrement des valeurs de la précession et de la nutation, et c'est pour cela, que ces phénomènes sont d'accord avec les expériences du pendule. L'existence de ces termes concilie donc les observations de la parallaxe lunaire, celles du pendule et des degrés des méridiens, et les phénomènes de la précession et de la nutation.

Quelque soient la figure et la densité que l'on suppose aux diverses couches de la

terre ; quelle soit ou non, un solide de révolution, pourvû qu'elle diffère peu d'une sphère ; on peut toujours assigner un solide elliptique de révolution, avec lequel la précession et la nutation seraient les mêmes. Ainsi dans l'hypothèse de Bouguer, dont on a parlé dans le chapitre VII, et suivant laquelle les accroissemens des degrés sont proprotionnels à la quatrième puissance du sinus de la latitude, ces phénomènes sont exactement les mêmes que si la terre était un ellipsoïde d'une ellipticité égale à $\frac{1}{183}$, et l'on vient de voir que les observations ne permettent pas de lui supposer une ellipticité plus grande que $\frac{1}{305}$; ces observations concourent donc avec celles du pendule, à faire rejetter cette hypothèse.

On a supposé dans ce qui précède, que la terre est entièrement solide ; mais cette planète étant recouverte en grande partie, par les eaux de la mer, leur action ne doit-elle pas changer les phénomènes de la précession et de la nutation ? c'est ce qu'il importe d'examiner.

Les eaux de la mer cédant en vertu de leur fluidité, aux attractions du soleil et de la lune ;

il semble au premier coup-d'œil, que leur réaction ne doit pas influer sur les mouvemens de l'axe de la terre; aussi Dalembert et tous les géomètres qui se sont occupés après lui, de ces mouvemens, l'ont entièrement négligée; ils sont même partis de là, pour concilier les quantités observées de la précession et de la nutation, avec les mesures des degrés terrestres. Cependant, un plus profond examen de cette matière nous montre que la fluidité des eaux n'est pas une raison suffisante pour négliger leur effet sur la précession des équinoxes; car si d'un côté, elles obéissent à l'action du soleil et de la lune; d'un autre côté, la pesanteur les ramène sans cesse vers l'état d'équilibre, et ne leur permet de faire que de très-petites oscillations; il est donc possible que par leur attraction et leur pression sur le sphéroïde qu'elles recouvrent, elles rendent, au moins en partie, à l'axe de la terre, les mouvemens qu'il en recevrait, si elles venaient à se consolider. On peut d'ailleurs, s'assurer par un raisonnement fort simple, que leur réaction est du même ordre que l'action directe du soleil et de la lune, sur la partie solide de la terre.

Imaginons que cette planète soit homogène et de même densité que la mer ; supposons de plus que les eaux prennent à chaque instant, la figure qui convient à l'équilibre des forces qui les animent. Si dans ces hypothèses, la terre devenait tout-à-coup, entièrement fluide, elle conserverait la même figure, et toutes ses parties se feraient mutuellement équilibre ; l'axe de rotation n'aurait donc aucune tendance à se mouvoir, et il est visible que cela doit subsister encore dans le cas ou une partie de cette masse formerait en se consolidant, le shpéroïde que recouvre la mer. Les hypothèses précédentes servent de fondement aux théories de Newton sur la figure de la terre, et sur le flux et le reflux de la mer ; il est assez remarquable, que dans les nombres infini de celles que l'on peut faire sur les mêmes objets, ce grand géomètre en ait choisi deux qui ne donnent ni précession, ni nutation ; la réaction des eaux détruisant alors, l'effet de l'action du soleil et de la lune sur le noyau terrestre, quelque soit sa figure. Il est vrai que ces deux hypothèses et sur-tout la dernière ne sont pas conformes à la nature ; mais on voit *à priori*, que l'effet de la réaction des eaux,

quoique différent de celui qui a lieu dans les hypothèses de Newton, est cependant du même ordre.

Les recherches que j'ai faites sur les oscillations de la mer, m'ont donné le moyen de déterminer cet effet de la réaction des eaux, dans les véritables hypothèses de la nature; elles m'ont conduit à ce théorême remarquable, savoir que *quelque soit la loi de la profondeur de la mer, et la figure du sphéroïde qu'elle recouvre; les phénomèmes de la précession et de la nutation sont les mêmes que si la mer formait une masse solide, avec ce sphéroïde.*

Si le soleil et la lune agissaient seuls sur la terre, l'inclinaison moyenne de l'écliptique à l'équateur serait constante; mais on a vu que l'action des planètes change continuellement la position de l'orbe terrestre, et qu'il en résulte dans son obliquité sur l'équateur, une diminution confirmée par toutes les observations anciennes et modernes. La même cause donne aux équinoxes, un mouvement annuel direct de 0",5707; ainsi, la précession annuelle produite par l'action du soleil et de la lune, est diminuée de cette quantité, par l'action des planètes; et sans cette action,

elle

elle serait de 155″,66, Ces effets de l'action des planètes sont indépendans de l'applatissement du sphéroïde terrestre ; mais l'action du soleil et de la lune sur ce sphéroïde, doit les modifier et en changer les lois.

Rapportons à un plan fixe, la position de l'orbe de la terre, et le mouvement de son axe de rotation. Il est clair que l'action du soleil produira dans cet axe, en vertu des variations de l'écliptique, un mouvement d'oscillation analogue à la nutation, avec cette différence, que la période de ces variations étant incomparablement plus longue que celle des variations du plan de l'orbe lunaire, l'étendue de l'oscillation correspondante dans l'axe de la terre, est beaucoup plus grande que celle de la nutation. L'action de la lune produit dans ce même axe, une oscillation semblable ; parce que l'inclinaison moyenne de son orbe sur celui de la terre, est constante. Le déplacement de l'écliptique, en se combinant avec l'action du soleil et de la lune sur la terre, produit donc dans son obliquité sur l'équateur, une variation très-différente de ce qu'elle serait en vertu de ce déplacement seul ; l'étendue entière de cette variation serait par ce dé-

placement, d'environ douze degrés; et l'action du soleil et de la lune la réduit à-peu-près à trois degrés.

La variation du mouvement des équinoxes, produite par les mêmes causes, change la durée de l'année tropique dans les différens siècles. Cette durée diminue, quand ce mouvement augmente, ce qui a lieu présentement; et l'année actuelle est plus courte d'environ 12″, qu'au tems d'Hypparque. Mais cette variation dans la longueur de l'année, a des limites qui sont encore restreintes par l'action du soleil et de la lune sur le sphéroïde terrestre. L'étendue de ces limites serait d'environ 500″, par le deplacement seul de l'écliptique; et elle est réduite à 120″ par cette action.

Enfin, le jour lui-même tel que nous l'avons défini dans le premier livre, est assujetti par le déplacement de l'écliptique combiné avec l'action du soleil et de la lune, à de très-petites variations indiquées par la théorie, mais qui seront toujours insensibles aux observateurs. Suivant cette théorie, la rotation de la terre est uniforme, et la durée moyenne du jour peut être supposée constante; résultat très-important pour l'astronomie, puisque cette

durée sert de mesure au tems, et aux révolutions des corps célestes. Si elle venait à changer, on le reconnaîtrait par les durées de ces révolutions qui augmenteraient ou diminueraient proportionnellement à leur longueur; mais l'action des corps célestes n'y cause aucune altération sensible.

Cependant, on pourroit croire que les vents alisés qui soufflent constamment d'orient en occident entre les tropiques, diminuent la vîtesse de rotation de la terre, par leur action sur les continens et les montagnes. Il est impossible de soumettre cette action à l'analyse; heureusement, on peut démontrer que son influence sur la rotation de la terre est nulle, au moyen du principe de la conservation des aires, que nous avons exposé dans le troisième livre. Suivant ce principe, la somme de toutes les molécules de la terre, des mers et de l'atmosphère, multipliées respectivement par les aires que décrivent autour du centre de gravité de la terre, leurs rayons vecteurs projettés sur le plan de l'équateur, est constante en tems égal. La chaleur du soleil n'y produit aucun changement, puisqu'elle dilate également les corps dans tous les sens; or il est

visible que si la rotation de la terre venait à diminuer, cette somme serait plus petite ; les vents alisés produits par la chaleur solaire n'altèrent donc point cette rotation. Pour en changer sensiblement la durée ; il faudrait un déplacement considérable dans les parties du sphéroïde terrestre. Ainsi, une grande masse transportée des pôles à l'équateur, rendrait cette durée plus longue ; elle deviendrait plus courte, si des corps denses se rapprochaient du centre, ou de l'axe de la terre. Mais nous ne voyons aucune cause qui puisse déplacer à de grandes distances, des masses assez fortes pour qu'il en résulte une variation sensible dans la durée du jour, que tout nous autorise à regarder comme l'un des élémens les plus constans du système du monde. Il en est de même des points où l'axe de rotation de la terre rencontre sa surface. Si cette planète tournait successivement autour de divers diamètres formant entre eux, des angles considérables ; l'équateur et les pôles changeraient de place sur la terre ; et les mers, en se portant vers le nouvel équateur, couvriraient et découvriraient alternativement de hautes montagnes. Mais toutes les recherches que j'ai faites

sur le déplacement des pôles de rotation, à la surface de la terre, m'ont prouvé qu'il est insensible.

CHAPITRE XIV.

De la libration de la lune.

Il nous reste enfin à expliquer la cause de libration de la lune, et du mouvement des nœuds de son équateur. La lune, en vertu de son mouvement de rotation, est un peu applatie à ses pôles ; mais l'attraction de la terre a dû allonger son axe dirigé vers cette planète. Si la lune était homogène et fluide, elle prendrait pour être en équilibre, la forme d'un ellipsoïde dont le plus petit axe passerait par les pôles de rotation ; le plus grand axe serait dirigé vers la terre, et dans le plan de l'équateur lunaire ; et l'axe moyen situé dans le même plan serait perpendiculaire aux deux autres. L'excès du plus petit sur le plus grand

axe, serait quadruple de l'excès de l'axe moyen sur le petit axe, et environ $\frac{1}{29711}$, le petit axe étant pris pour unité.

On conçoit aisément que si le grand axe de la lune s'écarte un peu de la direction du rayon vecteur qui joint son centre à celui de la terre, l'attraction terrestre tend à le ramener sur ce rayon ; de même que la pesanteur ramène un pendule, vers la verticale. Si le mouvement de rotation de ce satellite eût été primitivement assez rapide pour vaincre cette tendance ; la durée de sa rotation n'aurait pas été parfaitement égale à la durée de sa révolution, et leur différence nous eût découvert successivement tous les points de sa surface. Mais dans l'origine, les mouvemens angulaires de rotation et de révolution de la lune ayant été peu différens ; la force avec laquelle le grand axe de la lune s'éloignait de son rayon vecteur, n'a pas suffi pour surmonter la tendance du même axe vers ce rayon, due à la pesanteur terrestre qui de cette manière, a rendu ces mouvemens rigoureusement égaux ; et de même qu'un pendule écarté par une très-petite force, de la verticale, y revient sans cesse,

en faisant de chaque côté, de petites oscillations ; ainsi, le grand axe du sphéroïde lunaire doit osciller de chaque côté du rayon vecteur moyen de son orbite. Delà résulte un mouvement de libration dont l'étendue dépend de la différence primitive des deux mouvemens angulaires de rotation et de révolution de la lune. Cette libration est très-petite ; puisque les observations ne l'ont point fait reconnaître.

On voit donc que la théorie de la pesanteur explique d'une manière satisfaisante, l'égalité rigoureuse des deux moyens mouvemens angulaires de rotation et de révolution de la lune. Il serait contre toute vraisemblance de supposer qu'à l'origine, ces deux mouvemens ont été parfaitement égaux ; mais pour l'explication de ce phénomène, il suffit que leur différence primitive ait été très-petite ; et alors, l'attraction de la terre a établi la parfaite égalité que l'on observe.

Le moyen mouvement de la lune étant assujetti à de grandes inégalités séculaires qui s'élèvent à plusieurs circonférences ; il est clair que, si son moyen mouvement de rotation était parfaitement uniforme, ce satellite, en vertu de ces inégalités, découvrirait successi-

vement à la terre, tous les points de sa surface; son disque apparent changerait par des nuances insensibles, à mesure que ces inégalités se développeraient; les mêmes observateurs le verraient toujours à très-peu près le même, et il ne paraîtrait sensiblement différer qu'à des observateurs séparés par l'intervalle de plusieurs siècles. Mais la cause qui a établi une parfaite égalité entre les moyens mouvemens de rotation et de révolution de la lune, ôte pour jamais aux habitans de la terre, l'espoir de découvrir, un jour, les parties de sa surface, opposées à l'hémisphère qu'elle nous présente. L'attraction terrestre, en ramenant sans cesse vers nous le grand axe de la lune, fait participer son mouvement de rotation aux inégalités séculaires de son mouvement de révolution, et dirige constamment le même hémisphère vers la terre.

Le phénomène singulier de la coïncidence des nœuds de l'équateur de la lune avec ceux de son orbite, est encore une suite de l'attraction terrestre. C'est ce que Lagrange a fait voir le premier, par une très-belle analyse qui l'a conduit à une explication complète de tous les mouvemens observés dans le sphéroïde lu-

naire. Les plans de l'équateur et de l'orbite de la lune, et le plan mené par son centre parallèlement à l'écliptique, ont toujours à fort peu près la même intersection ; les mouvemens séculaires de l'écliptique n'altèrent ni la coïncidence des nœuds de ces trois plans, ni leur inclinaison moyenne que l'attraction de la terre maintient constamment la même.

Observons ici que les phénomènes précédens ne peuvent pas subsister avec l'hypothèse dans laquelle la lune primitivement fluide et formée de couches de densités quelconques, aurait pris la figure qui convient à leur équilibre. Ils indiquent entre les axes du sphéroïde lunaire, de plus grandes différences que celles qui ont lieu dans cette hypothèse. Les grandes inégalités que l'on observe à la surface de la lune, ont sans doute, une influence sensible sur ces phénomènes.

Quand la nature assujettit les moyens mouvemens célestes, à des conditions déterminées ; ils sont toujours accompagnés d'oscillations dont l'étendue est arbitraire ; ainsi, l'égalité des moyens mouvemens de rotation et de révolution de la lune donne naissance à une libration réelle de ce satellite. Pareillement, la

coïncidence des nœuds moyens de l'équateur et de l'orbite lunaire, est accompagnée d'une libration des nœuds de cet équateur, autour de ceux de l'orbite; libration très-petite, puisqu'elle a échappé jusqu'ici aux observations. On a vu que la libration réelle du grand axe de la lune est insensible, et nous avons observé dans le chapitre VI, que la libration des trois premiers satellites de Jupiter est pareillement insensible. Il est très-remarquable que ces librations dont l'étendue est arbitraire et pourrait être considérable, soient cependant fort petites; ce qu'il faut attribuer aux mêmes causes qui, dans l'origine, ont établi les conditions dont elles dépendent.

CHAPITRE XV.

Réflexions sur la loi de la pesanteur universelle.

En considérant l'ensemble des phénomènes du système solaire, on peut les ranger dans les trois classes suivantes ; la première embrasse les mouvemens des centres de gravité des corps célestes, autour des foyers des forces principales qui les animent ; la seconde comprend tout ce qui concerne la figure et les oscillations des fluides qui les recouvrent ; enfin, les mouvemens de ces corps autour de leurs centres de gravité, sont l'objet de la troisième. C'est dans cet ordre, que nous avons expliqué ces divers phénomènes ; et l'on a vu qu'ils sont une suite nécessaire du principe de la pesanteur universelle. Ce principe a fait connaître un grand nombre d'inégalités qu'il eût été presque impossible de démêler dans les observations ; il a fourni le moyen d'assujettir les mouvemens célestes, à des règles sûres et précises ; les tables

astronomiques uniquement fondées sur la loi de la pesanteur, n'empruntent maintenant des observations, que les élémens arbitraires qui ne peuvent pas être autrement connus ; et l'on ne doit espérer de les perfectionner encore, qu'en portant plus loin à-la-fois, la précision des observations et celle de la théorie.

Le mouvement de la terre, qui par la simplicité avec laquelle il explique les phénomènes célestes, avait entraîné les suffrages des astronomes, a reçu du principe de la pesanteur, une confirmation nouvelle qui l'a porté au plus haut degré d'évidence dont les sciences physiques soient susceptibles. On peut accroître la probabilité d'une théorie, soit en diminuant le nombre des hypothèses sur lesquelles on l'appuie, soit en augmentant le nombre des phénomènes qu'elle explique. Le principe de la pesanteur a procuré ces deux avantages à la théorie du mouvement de la terre. Comme il en est une suite nécessaire, il n'ajoute aucune supposition nouvelle à cette théorie ; mais pour expliquer les mouvemens apparens des astres, Copernic admettait dans la terre, trois mouvemens distincts ; l'un autour du soleil ; un autre de révolution sur elle-même ; enfin, un

troisième mouvement de ses pôles, autour de ceux de l'écliptique. Le principe de la pesanteur les fait dépendre tous, d'un seul mouvement imprimé à la terre, suivant une direction qui ne passe point par son centre de gravité. En vertu de ce mouvement, elle tourne autour du soleil et sur elle-même ; elle a pris une figure applatie à ses pôles ; et l'action du soleil et de la lune sur cette figure, fait mouvoir lentement l'axe de la terre autour des pôles de l'écliptique. La découverte de ce principe a donc réduit au plus petit nombre possible, les suppositions sur les quelles Copernic fondait sa théorie. Elle a d'ailleurs l'avantage de lier cette théorie, à tous les phénomènes astronomiques. Sans elle, l'ellipticité des orbes planétaires ; les lois que les planètes et les comètes suivent dans leurs mouvemens autour du soleil ; leurs inégalités séculaires et périodiques ; les nombreuses inégalités de la lune et des satellites de Jupiter ; la précession des équinoxes ; la nutation de l'axe terrestre ; les mouvemens de l'axe lunaire ; enfin le flux et le reflux de la mer, ne seraient que des résultats de l'observation, isolés entre eux. C'est une chose vraiment digne d'admiration, que la manière dont tous ces phéno-

mènes qui semblent, au premier coup - d'œil, fort disparates, découlent d'une même loi qui les enchaîne au mouvement de la terre, ensorte que ce mouvement étant une fois admis, on est conduit par une suite de raisonnemens géométriques, à ces phénomènes. Chacun d'eux fournit donc une preuve de son existence ; et si l'on considère qu'il n'y en a pas maintenant un seul qui ne soit ramené à la loi de la pesanteur ; que cette loi déterminant avec la plus grande exactitude, la position et les mouvemens des corps célestes, à chaque instant et dans tout leur cours, il n'est pas à craindre qu'elle soit démentie par quelque phénomène jusqu'ici non observé ; enfin, que la planète Uranus et ses satellites nouvellement découverts lui obéissent et la confirment ; il est impossible de se refuser à l'ensemble de ces preuves, et de ne pas convenir que rien n'est mieux démontré dans la philosophie naturelle, que le mouvement de la terre, et le principe de la gravitation universelle, en raison des masses, et réciproque au quarré des distances.

Ce principe est-il une loi primordiale de la nature ? n'est-il qu'un effet général d'une cause inconnue ? Ici, l'ignorance où nous sommes

des propriétés intimes de la matière, nous arrête, et nous ôte tout espoir de répondre d'une manière satisfaisante à ces questions. Au lieu de former sur cela, des hypothèses ; bornons-nous à examiner plus particulièrement, la manière dont le principe de la gravitation a été employé par les géomètres.

Ils sont partis des cinq suppositions suivantes, savoir : 1°. que la gravitation a lieu entre les plus petites molécules des corps ; 2°. qu'elle est proportionnelle aux masses ; 3°. qu'elle est réciproque au quarré des distances ; 4°. qu'elle se transmet dans un instant, d'un corps à l'autre ; 5°. enfin, qu'elle agit également sur les corps en repos, et sur ceux qui, déjà mus dans sa direction, semblent se soustraire en partie, à son activité.

La première de ces suppositions est, comme on l'a vu, un résultat nécessaire de l'égalité qui existe entre l'action et la réaction ; chaque molécule de la terre devant attirer la terre entière, comme elle en est attirée. Cette supposition est confirmée d'ailleurs, par les mesures des degrés des méridiens et du pendule ; car au travers des irrégularités que les degrés mesurés semblent indiquer dans la figure de la

terre; on démêle, si je puis ainsi dire, les traits d'une figure régulière et conforme à la théorie. La grande influence de l'applatissement de Jupiter sur les mouvemens des nœuds et des périjoves des orbes de ses satellites, nous prouve encore que l'attraction de cette planète se compose des attractions de toutes ses molécules.

La proportionnalité de la force attractive aux masses, est démontrée sur la terre, par les expériences du pendule dont les oscillations sont exactement de la même durée, quelque soient les substances que l'on fait osciller; elle est prouvée dans les espaces célestes, par le rapport constant des quarrés des tems de la révolution des corps qui circulent autour d'un foyer commun, aux cubes des grands axes de leurs orbites.

On a vu dans le premier chapitre, avec quelle précision le repos presque absolu des périhélies des orbes planétaires, indique la loi de la pesanteur réciproque au quarré des distances; et maintenant que nous connaissons la cause des petits mouvemens de ces périhélies, nous devons regarder cette loi, comme étant rigoureuse. Elle est celle de toutes les émanations qui partent d'un centre, telles

que

que la lumière ; il paraît même que toutes les forces dont l'action se fait appercevoir à des distances sensibles, suivent cette loi ; on a reconnu depuis peu, que les attractions et les répulsions électriques et magnétiques décroissent en raison du quarré des distances. Une propriété remarquable de cette loi de la nature, est que si les dimensions de tous les corps de cet univers, leurs distances mutuelles et leurs vîtesses, venaient à augmenter ou à diminuer proportionnellement ; ils décriraient des courbes entièrement semblables à celles qu'ils décrivent, et leurs apparences seraient entièrement les mêmes ; car les forces qui les animent, étant le résultat d'attractions proportionnelles aux masses divisées par le quarré des distances, elles augmenteraient ou diminueraient proportionnellement aux dimensions du nouvel univers. On voit en même-tems, que cette propriété ne peut appartenir qu'à la loi de la nature. Ainsi, les apparences des mouvemens de l'univers sont indépendantes de ses dimensions absolues, comme elles le sont, du mouvement absolu qu'il peut avoir dans l'espace ; et nous ne pouvons observer et connaître que des rapports. Cette loi donne aux

sphères, la propriété de s'attirer mutuellement, comme si leurs masses étaient réunies à leurs centres. Elle termine encore les orbes et les figures des corps célestes, par des lignes et des surfaces du second ordre, du moins en négligeant leurs perturbations, et en les supposant fluides.

Nous n'avons aucun moyen pour mesurer la durée de la propagation de la pesanteur ; parce que l'attraction du soleil ayant une fois atteint les planètes, cet astre continue d'agir sur elles, comme si sa force attractive se communiquait dans un instant, aux extrémités du système planétaire ; on ne peut donc pas savoir en combien de tems elle se transmet à la terre ; de même qu'il eût été impossible, sans les éclipses des satellites de Jupiter, et sans l'aberration, de reconnaître le mouvement successif de la lumière. Il n'en est pas ainsi de la petite différence qui peut exister dans l'action de la pesanteur sur les corps, suivant la direction et la grandeur de leur vîtesse. Le calcul m'a fait voir qu'il en résulte une accélération dans les moyens mouvemens des planètes autour du soleil, et des satellites autour de leurs planètes. J'avais imaginé ce moyen d'expliquer l'équation

séculaire de la lune, lorsque je croyais avec tous les géomètres, qu'elle était inexplicable dans les hypothèses admises sur l'action de la pesanteur. Je trouvais que si elle provenait de cette cause, il faudrait supposer à la lune, pour la soustraire entièrement à sa pesanteur vers la terre, une vîtesse vers le centre de cette planète, au moins six millions de fois plus grande que celle de la lumière. La vraie cause de l'équation séculaire de la lune, étant aujourd'hui bien connue; nous sommes certains que l'activité de la pesanteur est beaucoup plus grande encore. Cette force agit donc avec une vîtesse que nous pouvons considérer comme infinie; et nous devons en conclure que l'attraction du soleil se communique dans un instant presque indivisible, aux extrémités du système solaire.

Existe-t-il entre les corps célestes, d'autres forces que leur attraction mutuelle? nous l'ignorons; mais nous pouvons du moins affirmer que leur effet est insensible. Nous pouvons assurer également, que tous ces corps n'éprouvent qu'une résistance jusqu'à présent insensible, de la part des fluides qu'ils traversent, tels que la lumière, les queues des comètes et la lumière zodiacale.

La force attractive disparaît entre les corps d'une grandeur peu considérable ; elle reparaît dans leurs élémens, sous une infinité de formes différentes. La solidité des corps, leur crystallisation, la réfraction de la lumière, l'élévation et l'abaissement des fluides dans les tubes capillaires, et généralement toutes les combinaisons chimiques, sont les résultats de forces attractives dont la connaissance est un des principaux objets de la physique. Ces forces sont-elles la gravitation même observée dans les espaces célestes, et modifiée sur la terre, par la figure des molécules intégrantes? Pour admettre cette hypothèse, il faut supposer beaucoup plus de vide que de plein, dans les corps ; ensorte que la densité de leurs molécules soit incomparablement plus grande que la densité moyenne de leur ensemble. Une molécule sphérique d'un cent millième de pied de diamètre, devrait avoir une densité au moins dix mille milliards de fois plus grande que la moyenne densité de la terre, pour exercer à sa surface, une attraction égale à la pesanteur terrestre ; or les forces attractives des corps surpassent considérablement cette pesanteur, puisqu'elles infléchissent visiblement la lumière dont la

direction n'est point changée sensiblement par l'attraction de la terre ; la densité de ces molécules serait donc à celle des corps, dans un rapport de grandeur dont l'imagination est effrayée, si leurs affinités dépendaient de la loi de la pesanteur universelle. Le rapport des intervalles qui séparent ces molécules, à leurs dimensions respectives, serait du même ordre que relativement aux étoiles qui forment une nébuleuse que l'on pourrait, sous ce point de vue, considérer comme un grand corps lumineux. Au reste, rien n'empêche d'adopter cette manière d'envisager tous les corps ; plusieurs phénomènes, et entr'autres, l'extrême facilité avec laquelle la lumière traverse dans tous les sens, les corps diaphanes, lui sont favorables. Les affinités dépendraient alors de la forme des molécules intégrantes, et l'on pourrait, par la variété de ces formes, expliquer toutes les variétés des forces attractives, et ramener ainsi à une seule loi générale, tous les phénomènes de la physique et de l'astronomie. Mais l'impossibilité de connaître les figures des molécules, rend ces recherches inutiles à l'avancement des sciences. Quelques géomètres, pour rendre raison des affinités, ont ajouté à

la loi de l'attraction réciproque au quarré des distances, de nouveaux termes qui ne sont sensibles qu'à des distances très-petites; mais ces termes seraient l'expression d'autant de forces différentes; en se compliquant d'ailleurs, avec la figure des molécules, ils ne feraient que compliquer l'explication des phénomènes. Au milieu de ces incertitudes, le parti le plus sage est de s'attacher à déterminer par de nombreuses expériences, les lois des affinités; et pour y parvenir, le moyen qui paraît le plus simple, est de comparer ces forces avec la force répulsive de la chaleur, que l'on peut comparer elle même avec la pesanteur. Quelques expériences déjà faites par ce moyen, donnent lieu d'espérer qu'un jour, ces lois seront parfaitement connues; alors, en y appliquant le calcul, on pourra élever la physique des corps terrestres, au degré de perfection, que la découverte de la pesanteur universelle a donné à la physique céleste.

LIVRE CINQUIÈME.

Précis de l'histoire de l'astronomie.

L'ORDRE dans lequel je viens d'exposer les principaux résultats du système du monde, n'est pas celui que l'esprit humain a suivi dans leur recherche. Sa marche a été embarassée et incertaine ; souvent, il n'est parvenu à la vraie cause des phénomènes, qu'après avoir épuisé les fausses hypothèses que son imagination lui a suggérées ; et les vérités qu'il a découvertes, ont presque toujours été alliées à des erreurs que le tems et l'observation en ont séparées. Je vais offrir en peu de mots, le tableau de ses tentatives et de ses succès. On y verra l'astronomie rester pendant un grand nombre de siècles, dans l'enfance ; en sortir et s'accroître dans l'école d'Alexandrie ; être stationnaire jusqu'aux arabes qui l'ont perfectionnée par

leurs observations ; enfin, s'élever rapidement dans les trois derniers siècles, à la hauteur où nous la voyons aujourd'hui.

CHAPITRE PREMIER.

De l'astronomie ancienne, jusqu'à l'époque de la fondation de l'école d'Alexandrie.

LE spectacle du ciel dût fixer dans tous les tems, l'attention des hommes, sur-tout dans ces heureux climats où la sérénité de l'air invitait à l'observation des astres. On eut besoin pour l'agriculture, de distinguer les saisons, et d'en fixer le retour ; on ne tarda pas à reconnaître que le lever et le coucher des principales étoiles, au moment où elles se plongent dans les rayons solaires, ou quand elles s'en dégagent, pouvaient servir à cet objet. Aussi voit-on chez presque tous les peuples, ce genre d'observations remonter jusqu'aux

tems dans lesquels se perd leur origine. Mais quelques remarques grossières sur le lever et le coucher des étoiles, ne formaient point une science ; et l'astronomie n'a commencé qu'à l'époque où les observations antérieures ayant été recueillies et comparées entre elles, et les mouvemens célestes ayant été suivis avec plus de soin qu'on ne l'avait fait encore ; on essaya de déterminer les lois de ces mouvemens. Celui du soleil dans un orbe incliné à l'équateur, le mouvement de la lune, la cause de ses phases et des éclipses, la connaissance des planètes et de leurs révolutions, et la sphéricité de la terre, ont pu être l'objet de cette antique astronomie ; mais le peu de monumens qui nous en reste, est insuffisant pour en fixer l'époque et l'étendue. Nous pouvons seulement juger de sa haute antiquité, par les périodes astronomiques qui nous sont parvenues, par quelques notions justes des Caldéens et des Egyptiens sur le systême du monde, et par le rapport exact de plusieurs mesures très-anciennes, à la circonférence de la terre. Telle a été la vicissitude des choses humaines ; que celui des arts, qui peut seul transmettre à la postérité, d'une manière du-

rable, les événemens des siècles passés, étant d'une invention moderne; le souvenir des premiers inventeurs dans les sciences et les arts, s'est entièrement effacé. De grands peuples dont les noms sont à peine connus dans l'histoire, ont disparu du sol qu'ils ont habité; leurs annales, leur langue, leurs cités même, tout a été anéanti; et il n'est resté des monumens de leurs sciences et de leur industrie, qu'une tradition confuse, et quelques débris épars dont l'origine est incertaine.

Il paraît que l'astronomie pratique de ces premiers tems, se bornait aux observations du lever et du coucher des principales étoiles, à leurs occultations par la lune et les planètes, et aux éclipses. On suivait la marche du soleil, au moyen des étoiles qu'éclipsait la lumière des crépuscules, et peut être encore, par les variations de l'ombre méridienne du gnomon; on déterminait le mouvement des planètes, par les étoiles dont elles s'approchaient dans leur cours. Pour reconnaître tous ces astres et leurs mouvemens divers, on partagea le ciel en constellations; et cette zône céleste nommée *zodiaque*, dont le soleil, la lune et les planètes ne s'écartent jamais, fut divisée

particulièrement, dans les douze constellations suivantes : *Le Belier*, *le Taureau*, *les Gémeaux*, *l'Ecrevisse*, *le Lion*, *la Vierge*, *la Balance*, *le Scorpion*, *le Sagittaire*, *le Capricorne*, *le Verseau*, *les Poissons*. On les nomma *signes*, parce qu'elles servaient à distinguer les saisons ; ainsi, l'entrée du soleil, dans le signe du Belier, marquait au tems d'Hypparque, l'origine du printems ; cet astre parcourait ensuite le Taureau, les Gémeaux, l'Ecrevisse, etc.; mais le mouvement rétrograde des équinoxes changea cette marche des saisons. Cependant, les observateurs accoutumés à marquer l'origine du printems, par l'entrée du soleil dans le Belier, ont continué de la désigner de cette manière, et pour cela, ils ont distingué les constellations, des signes du zodiaque ; ceux-ci n'ont plus été qu'une chose idéale propre à représenter le mouvement du soleil. Maintenant que l'on cherche à tout ramener aux notions et aux expressions les plus simples ; on commence à ne plus considérer les signes du zodiaque, et à marquer la position des astres sur l'écliptique, par leur distance à l'équinoxe.

Quelques-uns des noms donnés aux cons-

tellations du zodiaque, paraissent être relatifs au mouvement du soleil; l'*Ecrevisse*, par exemple, indique la rétrogradation de cet astre au solstice; et la *Balance* désigne l'égalité des jours et des nuits, à l'équinoxe. D'autres noms semblent se rapporter à l'agriculture et au climat du peuple chez lequel le zodiaque a pris naissance.

Les plus anciennes observations qui nous soient parvenues avec un détail suffisant pour en faire usage dans l'astronomie, sont trois ellipses de lune, observées à Babilone, dans les années 719 et 720 avant l'ère chrétienne. Ptolémée qui les rapporte dans son almageste, s'en est servi pour déterminer le moyen mouvement de la lune. Sans doute, Hypparque et lui n'en avaient point de plus anciennes qui fussent assez précises, pour être employées à cette détermination dont l'exactitude est en raison de la distance qui sépare les observations extrêmes. Cette considération doit diminuer nos regrets, de la perte des dix-neuf cents années d'observations dont les Caldéens, si l'on en croit Simplicius, se vantaient au tems d'Alexandre, et qu'Aristote se fit communi-

quer par l'entremise de Calysthène. Mais ils n'ont pu découvrir que par une longue suite d'observations, la période de 6585^{jours} $\frac{1}{3}$, qu'ils nommaient *saros*, et qui a l'avantage de ramener à fort peu près, la lune, à la même position à l'égard de son nœud, de son périgée et du soleil ; ainsi, les ellipses observées dans une période, fournissaient un moyen simple de prédire celles qui devaient avoir lieu dans les périodes suivantes. La période luni-solaire de six cents ans, paraît encore avoir été connue des Caldéens. Ces deux périodes supposent une connaissance très-approchée de la longueur de l'année ; il est même vraisemblable qu'ils avaient remarqué la différence des deux années sydérale et tropique, et qu'ils faisaient usage du gnomon et des cadrans solaires. Enfin, quelques-uns d'eux avaient été conduits par la considération du spectacle de la nature, à penser que les mouvemens des comètes sont assujettis comme ceux des planètes, à des périodes réglées par des lois éternelles.

L'astronomie n'est pas moins ancienne en Egypte, que dans la Caldée. Les Egyptiens

ont connu long-tems avant l'ère chrétienne, le quart de jour dont l'année surpasse 365 jours. Ils avaient fondé sur cette connaissance, la période sothique de 1460 ans, qui suivant eux, ramenait aux mêmes saisons, les mois et les fêtes de leur année dont la longueur était de 365 jours. La direction exacte des faces de leurs pyramides, vers les quatre points cardinaux, donne une idée avantageuse de leur manière d'observer ; il est vraisemblable qu'ils avaient des méthodes pour calculer les éclipses. Mais ce qui fait le plus d'honneur à leur astronomie, est la remarque fine et importante des mouvemens de Mercure et de Vénus autour du soleil. La réputation de leurs prêtres attira les premiers philosophes de la Grèce ; et selon toute apparence, l'école de Pythagore leur a été redevable des idées saines qu'elle a professées sur la constitution de l'Univers.

Chez les peuples dont je viens de parler, l'astronomie ne fût cultivée que dans les temples, par des prêtres qui firent servir leurs connaissances, à consolider l'empire de la superstition dont ils étaient les ministres. Ils les cachèrent soigneusement sous des emblêmes

qui présentaient à la crédule ignorance, des héros et des dieux dont les actions n'étaient qu'une allégorie des phénomènes célestes, et des opérations de la nature ; allégorie que le pouvoir de l'imitation, l'un des principaux ressorts du monde moral, a perpétuée jusqu'à nous, en la mêlant à nos institutions religieuses. Profitant pour mieux asservir les peuples, du desir si naturel de pénétrer dans l'avenir, ils créèrent l'astrologie. L'homme étant porté par les illusions des sens, à se considérer comme le centre de l'Univers ; il fut aisé de lui persuader que les astres influaient sur les événemens de sa vie, et pouvaient les indiquer d'avance. Cette erreur chère à son amour-propre, et nécessaire à son inquiète curiosité, parait être aussi ancienne que l'astronomie ; elle s'est conservée pendant très-longtems ; ce n'est même qu'à la fin du dernier siècle, que la connaissance de nos vrais rapports avec la nature, l'a fait disparaître.

En Perse et dans l'Inde, les commencemens de l'astronomie se perdent dans les ténèbres dont l'origine de ces peuples est enveloppée. Nulle part, ils ne remontent aussi loin qu'à la Chine, par une suite incontestable de monu-

mens historiques. L'annonce des éclipses et le calendrier y furent toujours regardés comme un objet important pour lequel on créa un tribunal de mathématiques ; mais l'attachement scrupuleux des Chinois pour leurs anciens usages, en s'étendant aux méthodes mêmes de l'astronomie, la retenue parmi eux, dans l'enfance.

Les tables Indiennes indiquent une astronomie plus perfectionnée ; mais tout porte à croire qu'elles ne sont pas d'une haute antiquité. Ici, je m'éloigne à regret de l'opinion d'un savant illustre qui, après avoir honoré sa carrière, par des travaux utiles aux sciences et à l'humanité, mourut victime de la plus sanglante tyrannie, opposant le calme et la dignité du juste, aux injures d'un peuple abusé qui prolongea cruellement les apprêts de son supplice. Les tables indiennes ont deux époques principales qui remontent, l'une à l'année 3102 avant l'ère chrétienne, l'autre à 1491. Ces époques sont liées par les moyens mouvemens du soleil, de la lune, et des planètes, de sorte que l'une d'elles est nécessairement fictive. L'auteur célèbre dont je viens de parler, a cherché à établir dans son traité de l'astronomie indienne,

que

que la première de ces époques est fondée sur l'observation. Malgré ses preuves exposées avec l'intérêt qu'il a su répandre sur les sujets les plus compliqués ; je regarde comme très-vraisemblable, que cette époque a été imaginée, pour donner une commune origine dans le zodiaque, aux mouvemens des corps célestes. En effet, si, partant de l'époque de 1491, on remonte au moyen des tables indiennes, à l'an 3102 avant l'ère chrétienne ; on trouve une conjonction générale du soleil, de la lune et des planètes, comme ces tables le supposent ; mais cette conjonction trop différente du résultat de nos meilleures tables, pour avoir eu lieu, nous montre que l'époque à laquelle elle se rapporte, n'est point appuyée sur les observations. A la vérité, quelques élémens de l'astronomie indienne semblent indiquer qu'ils ont été déterminés même avant cette première époque ; ainsi, l'équation du centre du soleil, qu'elle fixe à 2°,4173, n'a pû être de cette grandeur, que vers l'an 4300 avant l'ère chrétienne. Mais indépendamment des erreurs dont les déterminations des indiens ont été susceptibles, on doit observer qu'ils n'ont consideré les inégalités du soleil et de la lune, que rela-

tivement aux éclipses dans lesquelles l'équation annuelle de la lune s'ajoute à l'équation du centre du soleil, et l'augmente d'environ 22′; ce qui est à-peu-près la différence de nos déterminations, à celle des indiens. Plusieurs élémens tels que les équations du centre de Jupiter et de Mars, sont si différens dans les tables indiennes, de ce qu'ils devaient être à leur première époque; que l'on ne peut rien conclure des autres élémens, en faveur de leur antiquité. L'ensemble de ces tables, et sur-tout l'impossibilité de la conjonction qu'elles supposent à la même époque, prouvent au contraire, qu'elles ont été construites, ou du moins rectifiées dans des tems modernes. Cependant, l'antique réputation des indiens ne permet pas de douter que dans tous les tems, ils ont cultivé l'astronomie; et l'exactitude remarquable des moyens mouvemens qu'ils ont assignés au soleil et à la lune, a nécessairement exigé des observations très-anciennes.

Les Grecs n'ont commencé à cultiver l'astronomie, que long-temps après les Egyptiens dont ils ont été les disciples. Il est difficile, au travers des fables qui remplissent les premiers

siècles de leur histoire, de démêler leurs connaissances astronomiques ; il paraît seulement qu'ils avaient partagé le ciel en constellations, treize ou quatorze cents ans avant l'ère chrétienne ; car c'est à cette époque, que la sphère d'Eudoxe doit être rapportée. Leurs nombreuses écoles de philosophie n'offrent aucun observateur, avant la fondation de celle d'Alexandrie ; ils y traitèrent l'astronomie, comme une science purement spéculative, en se livrant à des conjéctures le plus souvent frivoles. Il est singulier qu'à la vue de cette foule de systêmes qui se combattaient sans rien apprendre, la réflexion très-simple que le seul moyen de connaître la nature, est de l'interroger par l'expérience, ait échappé à tant de philosophes dont plusieurs étaient doués d'un grand génie. Mais on n'en sera point étonné, si l'on considére que les premières observations ne présentant que des faits isolés, et sans attrait pour l'imagination impatiente de remonter aux causes ; elles ont dû se succéder avec une extrême lenteur. Il a fallu qu'une longue suite de siècles les accumulât en assez grand nombre, pour découvrir entre les phénomènes, des rapports qui, en s'étendant de plus en plus,

réunissent à l'intérêt de la vérité, celui des spéculations générales auxquelles l'esprit humain tend sans cesse à s'élever.

Cependant, au milieu des rêves philosophiques des Grecs ; on voit percer sur l'astronomie, des idées saines qu'ils puisèrent dans leurs voyages, et qu'ils perfectionnèrent. Thalès né à Milet, l'an 640 avant l'ère chrétienne, alla s'instruire en Egypte ; revenu dans la Grèce, il fonda l'école ioniène, et il y enseigna la sphéricité de la terre, l'obliquité de l'écliptique et la vraie cause des éclipses du soleil et de la lune ; il parvint même à les prédire, en employant sans doute, les méthodes ou les périodes que les prêtres égyptiens lui avaient communiquées.

Thalès eut pour successeurs, Anaximandre, Anaximène et Anaxagore. On attribue au premier, l'invention du gnomon, et des cartes géographiques dont il paraît que les Egyptiens avaient déjà connaissance. Anaxagore fut persécuté par les Athéniens, pour avoir enseigné les vérités de l'école ioniène. On lui reprocha d'anéantir l'influence des dieux sur la nature, en essayant d'assujettir ses phénomènes, à des lois immuables. Proscrit avec ses enfans, il

ne dut la vie qu'aux soins de Périclès son disciple et son ami, qui parvint à faire changer la peine de mort, en exil. Ainsi, la vérité pour s'établir sur la terre, a presque toujours eu à combattre des erreurs accréditées qui, plus d'une fois, ont été funestes à ceux qui l'ont fait connaître.

De l'école ionienne, sortit le chef d'une école beaucoup plus célèbre. Pythagore né à Samos, vers l'an 590 avant l'ère chrétienne, fut d'abord disciple de Thalès. Ce philosophe lui conseilla de voyager en Egypte où il se fit initier aux mystères des prêtres, pour s'instruire à fond de leur doctrine. Les Bracmanes ayant ensuite attiré sa curiosité; il alla les chercher jusqu'aux bords du Gange. De retour dans sa patrie, le despotisme sous lequel elle gémissait alors, le força de s'en exiler, et il se retira et Italie où il fonda son école. Toutes les vérités astronomiques de l'école ioniène, furent enseignées avec plus de développement, dans celle de Pythagore; mais ce qui la distingue principalement, est la connaissance des deux mouvemens de la terre, sur elle-même et autour du soleil. Pythagore prit soin de la cacher au vulgaire, à l'imi-

tation des prêtres Egyptiens auxquels il en était, probablement, redevable ; elle fût exposée dans un grand jour, par son disciple Philolaus.

Suivant les Pythagoriciens, non-seulement les planètes, mais les comètes elles-mêmes, sont en mouvement autour du soleil. Ce ne sont point des météores passagers formés dans l'atmosphère, mais des ouvrages éternels de la nature. Ces notions parfaitement justes du systême du monde, ont été saisies et presentées par Sénèque, avec l'enthousiasme qu'une grande idée sur l'un des objets les plus vastes des connaissances humaines, doit exciter dans l'ame du philosophe. « Ne nous étonnons » point, dit-il, que l'on ignore encore la » loi du mouvement des comètes dont le » spectacle est si rare, et qu'on ne con- » naisse ni le commencement ni la fin de la » révolution de ces astres qui descendent » d'une énorme distance. Il n'y a pas quinze » cents ans, que la Grèce a compté les » étoiles, et leur a donné des noms. . . . » Le jour viendra que par une étude suivie » de plusieurs siècles, les choses qui sont » cachées actuellement, paraîtront avec évi-

„ dence, et la postérité s'étonnera que des „ vérités si claires nous ayent échappé. „

On pensait encore dans la même école, que les planètes sont habitées, et que les étoiles sont des soleils disseminés dans l'espace, et les centres d'autant de systêmes planétaires. Ces vues philosophiques auraient dû par leur grandeur et leur justesse, entraîner les suffrages de l'antiquité; mais ayant été enseignées avec des opinions systématiques, telles que l'harmonie des sphères célestes; et manquant d'ailleurs, des preuves qu'elles ont acquises depuis, par leur accord avec toutes les observations; il n'est pas surprenant que leur verité contraire aux illusions des sens, ait été méconnue.

L'histoire de l'astronomie chez les Grecs, n'offre plus rien de remarquable, jusqu'à la fondation de l'école d'Alexandrie; à l'exception de quelques tentatives d'Eudoxe, pour expliquer les phénomènes célestes, et du cicle de dix-neuf ans, que Méton imagina pour concilier les révolutions du soleil et de la lune. Il est à-la-fois, avantageux et simple, de n'employer pour la mesure du tems, que les révolutions solaires; mais dans le premier

âge des peuples, les phases de la lune offraient à leur ignorance, une division du tems, si naturelle, qu'elle fut généralement admise. Ils réglèrent leurs fêtes et leurs jeux, sur le retour de ces phases; et lorsque les besoins de l'agriculture les forcèrent de recourir au soleil, pour distinguer les saisons, ils ne renoncèrent point à leur ancien usage de mesurer le tems par les révolutions de la lune; ils cherchèrent à établir entre elles et les révolutions du soleil, un accord fondé sur des périodes qui embrassent un nombre juste de révolutions de ces deux astres. La période de ce genre, la plus précise dans un court intervalle de tems, est celle de dix-neuf années solaires, ou de deux cents trente cinq lunaisons. Lorsque Méton l'eut proposée pour base du calendrier, à la Grèce assemblée dans les jeux olympiques; elle fut reçue avec un applaudissement universel, et unanimement adoptée par toutes les villes et les colonies grecques.

CHAPITRE II.

De l'astronomie depuis la fondation de l'école d'Alexandrie, jusqu'aux Arabes.

JUSQU'ICI, l'astronomie pratique des différens peuples, ne nous a présenté que des observations grossières, relatives aux phénomènes des saisons et des éclipses, objets de leurs besoins ou de leurs frayeurs. Quelques périodes fondées sur de très-longs intervalles de tems, et d'heureuses conjectures sur la constitution de l'univers, mêlées à beaucoup d'erreurs, formaient toute leur astronomie théorique. Nous voyons pour la première fois, dans l'école d'Alexandrie, un système combiné d'observations faites avec des instrumens propres à mesurer des angles, et calculées par les méthodes trigonométriques. L'astronomie prit alors, une forme nouvelle que les siècles

suivans n'ont fait que perfectionner. La position des étoiles fut déterminée ; on suivit avec soin, les planètes ; les inégalités du soleil et de la lune furent mieux connues ; enfin, l'école d'Alexandrie donna naissance au premier système astronomique qui ait embrassé l'ensemble des mouvemens célestes ; système, à la vérité, bien inférieur à celui de l'école de Pythagore ; mais qui fondé sur la comparaison des observations, offrait dans cette comparaison même, le moyen de le détruire, et de s'élever au système de la nature.

Après la mort d'Alexandre, ses principaux capitaines se divisèrent entre eux son empire, et Ptolémée Soter eut l'égypte en partage. Son amour pour les sciences, et ses bienfaits attirèrent à Alexandrie capitale de ses états, un grand nombre de savans de la Grèce. Héritier de son trône et de ses goûts, son fils Ptolémée Philadelphe les y fixa par une protection particulière. Un vaste édifice dans lequel ils étaient logés et entretenus, renfermait un observatoire, et cette bibliothèque fameuse que Démétrius de Phalère rassembla avec tant de soins et de dépense. Ils y trouvaient les instrumens et les livres qui leur

étaient nécessaires ; et leur émulation était excitée par la présence du prince qui venait souvent, s'entretenir avec eux, de leurs travaux.

Arystille et Thimocaris furent les premiers observateurs de cette école naissante. Ils fleurirent vers l'an 300 avant l'ère chrétienne. Leurs observations des principales étoiles du Zodiaque, firent découvrir à Hypparque, la précession des équinoxes ; et Ptolémée fonda sur leurs observations des planètes, sa théorie du mouvement de ces astres.

Le premier astronome que nous offre après eux, l'école d'Alexandrie, est Aristarque de Samos. Les élémens les plus délicats de l'astronomie, furent l'objet de ses recherches. Il observa le solstice d'été de l'an 281 avant l'ère chrétienne. Il détermina la grandeur du diamètre du soleil, qu'il trouva égale à la 720ième partie de la circonférence ; ce qui tient le milieu entre les deux limites qu'Archimède assigna peu d'années après, à ce diamètre, par une méthode ingénieuse suivant laquelle le diamètre solaire lui parut plus grand que la deux-centième partie de l'angle droit, et moindre que sa 164ième partie. Mais ce qui

fait le plus d'honneur au génie d'Aristarque, est la manière dont il essaya de déterminer la distance du soleil à la terre. Il observa l'angle compris entre le soleil et la lune, au moment où il jugea la moitié du disque lunaire, éclairée; et l'ayant trouvé d'environ 96°,7, il en conclud que le soleil est dix-huit ou vingt fois plus loin que nous, que la lune; résultat qui malgré son inexactitude, reculait les bornes de l'univers, beaucoup au-delà de celles qu'on lui supposait alors. Aristarque fit revivre l'opinion de l'école Pythagoriciene, sur le mouvement de la terre; mais ses écrits sur cet objet, n'ayant pas été conservés, nous ignorons à quel point il avait avancé par ce moyen, l'explication des phénomènes célestes. Nous savons seulement que ce judicieux astronome, considérant que le mouvement de la terre n'affectait point d'une manière sensible, la position apparente des étoiles, les avait éloignés de nous, incomparablement plus que le soleil. Il parait être ainsi dans l'antiquité, celui qui a eu les plus justes notions de la grandeur de l'univers.

La célébrité de son successeur Eratosthène, est principalement due à sa mesure de la terre,

et à son observation de l'obliquité de l'écliptique. Ayant remarqué à Sienne, un puits dont le soleil éclairait toute la profondeur, le jour du solstice d'été ; il observa la hauteur méridienne du soleil, au même solstice, à Alexandrie ; et il trouva l'arc céleste compris entre les zénihts de ces deux villes, égal à la cinquantième partie de la circonférence ; et comme leur distance était estimée de 500 stades, Eratosthène fixa à 250 mille stades, la longueur de la circonférence terrestre. L'incertitude où l'on est sur la valeur du stade employé par cet astronome, ne permet pas d'apprécier l'exactitude de cette mesure.

Aristote, Cléomède, Possidonius et Ptolémée ont donné quatre autres évaluations de la circonférence de la terre, et qui la portent à 400, 300, 240, et 180 mille stades. Les rapports très-simples de ces mesures entr'elles, donnent lieu de penser qu'elles sont la traduction d'une même mesure, en stades différens. Le stade alexandrin était de quatre cents grandes coudées de la même longueur que le nilomètre du Caire, qui, selon Freret, n'a point changé depuis un grand nombre de siècles, et remonte au-delà de Sésostris ; sa grandeur est de

$1^{pi.},7119$, suivant les mesures faites avec précision dans ces derniers tems, ce qui donne $684^{pi.},76$, pour la valeur du stade alexandrin ; or il est naturel de supposer que ce stade est celui de Ptolémée, et dans ce cas, la circonférence de la terre serait, suivant cet astronome, égale 123256800 pieds ; ce qui diffère très-peu du résultat des mesures actuelles qui la fixent à 123178320 pieds.

Si les mesures de Possidonius, de Cléomède et d'Aristote, sont identiques à celle de Ptolémée ; les stades correspondans sont de $513^{pi.},570$; $410^{pi.},856$, et $308^{pi.},142$; or en comparant aux distances actuelles, les anciennes distances itinéraires d'un grand nombre de lieux connus, on retrouve dans l'antiquité, ces divers stades, avec une précision qui rend vraisemblable, l'identité de ces quatre mesures de la terre : il est donc probable qu'elles dépendent toutes, d'une mesure très-ancienne et fort exacte ; soit qu'elle ait été exécutée avec un grand soin, soit que les erreurs des observations se soient mutuellement compensées, comme il est arrivé à la mesure de la terre par Fernel, et même à

celle de Picard. Nous savons, il est vrai, que Possidonius a mesuré lui-même, un arc du méridien terrestre, et son opération comporte peu d'exactitude, autant que l'on en peut juger par le détail qui nous en est parvenu; mais on est fondé à croire qu'il ne s'est proposé que de vérifier les anciennes mesures de la terre, qu'il a conservées, en les trouvant à-peu-près d'accord avec la sienne.

L'observation de l'obliquité de l'écliptique, par Eratosthène, est précieuse, en ce qu'elle confirme sa diminution connue *a priori*, par la théorie de la pesanteur. Il trouva la distance des tropiques, moindre que 53°,06, et plus grande que 52°,96; ce qui, par un milieu, donne 26°,50 pour l'obliquité de l'écliptique. Hypparque ne changea rien à ce résultat, par de nouvelles observations.

De tous les astronomes de l'antiquité, Hypparque de Bithinie, est celui qui, par le grand nombre et la précision de ses observations, par les résultats importans qu'il sut tirer de leur comparaison entr'elles et avec les observations antérieures, et par la méthode qui le guida dans ses recherches, mérita le mieux de l'astronomie. Il fleurit à Alexandrie, vers l'an 140

avant l'ère chrétienne. Peu content de ce que l'on avait fait jusqu'alors, Hypparque voulut tout recommencer, et n'admettre que des résultats fondés sur une nouvelle discussion des observations, ou sur des observations nouvelles plus exactes que celles de ses prédécesseurs. Rien ne prouve mieux l'incertitude des observations égyptiennes et caldéennes sur le soleil et les étoiles, que la nécessité où il se trouva, d'employer les observations des premiers astronomes de l'école d'Alexandrie, pour établir ses théories du soleil et de la précession des équinoxes. Il détermina la durée de l'année tropique, en comparant une de ses observations du solstice d'été, avec celle qu'Aristarque de Samos avait faite cent quarante-cinq ans auparavant; et il trouva cette durée de $365^{j.},24667$. Elle est en excès, d'environ quatre minutes et demie; mais il remarqua lui-même le peu d'exactitude d'une détermination fondée sur l'observation des solstices, et l'avantage d'employer à cet objet, les observations des équinoxes. Hypparque reconnut qu'il s'écoulait 187 jours, depuis l'équinoxe du printems, jusqu'à celui d'automne; et 178 jours seulement, de ce dernier équinoxe, à celui du printems; il observa en-

core que ces deux intervalles étaient inégalement partagés par les solstices, de manière qu'il s'écoulait 94 jours et demi, de l'équinoxe du printems, au solstice d'été, et 92 jours et demi, de ce solstice à l'équinoxe d'automne.

Pour expliquer ces différences, Hypparque fit mouvoir le soleil uniformément dans un orbe circulaire; mais au lieu de placer la terre à son centre, il l'en éloigna de la vingt-quatrième partie du rayon, et il fixa l'apogée au sixième degré des gémeaux. Au moyen de ces données, il forma les premières tables du soleil, dont il est fait mention dans l'histoire de l'astronomie. L'équation du centre qu'elles supposent, était trop considérable; on peut soupçonner que leur comparaison avec les éclipses dans lesquelles cette équation paraît augmentée de l'équation annuelle de la lune, a confirmé Hypparque dans son erreur, et peut-être même l'a produite. Il se trompait encore, en regardant comme un cercle, l'orbe elliptique du soleil, et la vîtesse réelle de cet astre, comme étant uniforme. Nous sommes assurés aujourd'hui, du contraire, par les mesures de son diamètre apparent; mais ce genre d'observations était impossible au tems d'Hypparque; et

ses tables du soleil, malgré leur imperfection, sont un mouvement durable de son génie, que Ptolémée, trois siècles après, respecta sans y toucher.

Ce grand astronome considéra ensuite, les mouvemens de la lune ; il mesura la durée de sa révolution, par la comparaison des éclipses ; il détermina l'excentricité et l'inclinaison de son orbite, les mouvemens de ses nœuds et de son apogée, et sa parallaxe dont il essaya de conclure celle du soleil, par la largeur du cône d'ombre terrestre, au point où la lune le traverse dans ses éclipses ; ce qui le conduisit à-peu-près, au résultat d'Aristarque. Il fit un grand nombre d'observations des planètes ; mais trop amateur de la vérité, pour proposer sur leurs mouvemens, des théories incertaines, il laissa le soin de les établir, à ses successeurs.

Une nouvelle étoile qui parut de son tems, lui fit entreprendre un catalogue de ces astres, pour mettre la postérité en état de reconnaître les changemens que le spectacle du ciel pourrait éprouver dans la suite; il sentait d'ailleurs, l'importance de ce catalogue, pour les observations de la lune et des planètes. La méthode dont il se servit, est celle qu'Arystille et Thimo-

caris avaient déjà employée, et la même que nous avons exposée dans le premier livre. Le fruit de cette longue et pénible entreprise, fut l'importante découverte de la précession des équinoxes. En comparant ses observations, à celles de ces astronomes ; Hypparque reconnut que les étoiles avaient changé de situation par rapport à l'équateur, et qu'elles avaient conservé la même latitude au-dessus de l'écliptique; ensorteque pour expliquer ces changemens divers, il suffisait de donner à la sphère céleste, autour des pôles de l'écliptique, un mouvement direct d'où résultait un mouvement rétrograde, dans les équinoxes comparés aux étoiles. Mais il présenta sa découverte, avec la réserve que devait lui inspirer le peu d'exactitude des observations d'Arystille et de Thymocaris.

La géographie est redevable à Hypparque, de la méthode de fixer les lieux sur la terre, par leur latitude, et par leur longitude pour laquelle il employa le premier, les éclipses de lune. Les nombreux calculs qu'exigèrent toutes ces recherches, firent naître dans ses mains, la trigonométrie sphérique. Ses principaux ouvrages ne nous sont point parvenus ; ils ont

péri avec la bibliothèque d'Alexandrie, et nous ne connaissons bien ses travaux; que par l'Almageste de Ptolemée.

L'intervalle de près de trois siècles, qui sépare ces deux astronomes, offre quelques observateurs tels qu'Agrippa, Menelaus et Theon. Nous remarquons encore, dans cet intervalle, la réforme du calendrier par Jules-César, et la connaissance précise du flux et du reflux de la mer. Possidonius reconnut les lois de ce phénomène qui, par ses rapports évidens avec les mouvemens du soleil et de la lune, appartient à l'astronomie, et dont Pline le naturaliste, a donné une description remarquable par son exactitude.

Ptolémée né à Ptolémaide en Egypte, fleurit à Alexandrie, vers l'an 130 de l'ère chrétienne. Hypparque avait conçu le projet de réformer l'astronomie, et de l'établir sur de nouveaux fondemens. Ptolémée reprit ce projet trop vaste pour être exécuté par un seul homme; et dans son grand ouvrage intitulé *Almageste*, il donna un traité complet de cette science.

Sa découverte la plus importante, est celle de l'évection de la lune. Jusqu'à lui, on

n'avait considéré les mouvemens de cet astre, que relativement aux éclipses; en le suivant dans tout son cours, Ptolémée reconnut que l'équation du centre de l'orbe lunaire, est plus petite dans les sysigies que dans les quadratures; il détermina la loi de cette différence, et il en fixa la valeur, avec une grande précision. Pour la représenter, il fit mouvoir la lune, sur un épicicle porté par un excentrique, suivant la méthode attribuée au géomètre Appollonius, et dont Hypparque avait fait usage.

Ce fut dans l'antiquité, une opinion générale; que le mouvement uniforme et circulaire, comme le plus parfait et le plus simple, devait être celui des astres. Cette erreur s'est maintenue jusqu'à Kepler qu'elle a, pendant long-tems, arrêté dans ses recherches. Ptolémée l'adopta, et plaçant la terre au centre des mouvemens célestes, il essaya de représenter leurs inégalités, dans ces fausses hypothèses. Eudoxe avait déjà imaginé pour cet objet, d'attacher chaque planète, à plusieurs sphères concentriques douées de mouvemens divers; mais cet astronome n'ayant point expliqué comment ces sphères, en agissant sur les planètes, produisaient toutes les variétés

observées dans leurs mouvemens ; son hypothèse mérite à peine que l'on en fasse mention dans l'histoire de l'astronomie. Une idée beaucoup plus ingénieuse , consiste à faire mouvoir sur une première circonférence dont la terre occupe le centre, celui d'une seconde circonférence sur laquelle se meut le centre d'une troisième circonférence, et ainsi de suite, jusqu'à la dernière circonférence que l'astre décrit uniformément. Si le rayon d'une de ces circonférences , surpasse la somme des autres rayons ; le mouvement apparent de l'astre autour de la terre , sera composé d'un moyen mouvement uniforme, et de plusieurs inégalités dépendantes des rapports qu'ont entr'eux les rayons des diverses circonférences , et les mouvemens de leurs centres et de l'astre ; on peut donc, en multipliant et en déterminant convenablement ces quantités , représenter les inégalités de ce mouvement apparent. Telle est la manière la plus générale d'envisager l'hypothèse des épicicles et des excentriques , que Ptolémée adopta dans ses théories du soleil, de la lune et des planètes. Il supposa ces astres en mouvement autour de la terre, dans cet ordre de distances ; la Lune , Mercure,

Vénus, le Soleil, Mars, Jupiter et Saturne. Les astronomes étaient partagés sur la place que devaient occuper Vénus et Mercure ; les plus anciens dont Ptolémée suivit l'opinion, les mettaient au-dessous du soleil ; quelques autres les plaçaient au-dessus ; enfin, les Egyptiens les faisaient mouvoir autour de cet astre. Il est singulier que Ptolémée n'ait pas même fait mention de cette dernière hypothèse qui revenait à placer le soleil, au centre des épicicles de ces deux planètes, au lieu de les faire tourner autour d'un centre imaginaire. Mais persuadé que son système pouvait seul, convenir aux trois planètes supérieures, il le transporta aux deux inférieures ; et il fut égaré par une fausse application du principe de l'uniformité des lois de la nature, qui, s'il était parti de la découverte des Egyptiens sur les mouvemens de Mercure et de Vénus, l'aurait conduit au vrai système du monde.

Si l'on peut, au moyen des épicicles, satisfaire aux inégalités du mouvement apparent des astres ; il est impossible de représenter à-la-fois, les variations de leurs distances. Au tems de Ptolémée, ces variations étaient bien peu sensibles relativement aux planètes dont on

ne pouvait pas alors mesurer avec exactitude, les diamètres apparens. Mais les observations de la lune suffisaient pour lui montrer l'erreur de ses hypothèses suivant lesquelles le diamètre de la lune périgée dans les quadratures, serait double de son diamètre apogée dans les sysigies. Les mouvemens des planètes en latitude, formaient de nouveaux embarras dans son systême; chaque inégalité nouvelle que l'art d'observer, en se perfectionnant, faisait découvrir, le surchargeait d'un nouvel épicicle; ainsi, au lieu d'avoir été confirmé par les progrès ultérieurs de l'astronomie, il n'a fait que se compliquer de plus en plus, et cela seul doit nous convaincre que ce systême n'est point celui de la nature. Mais en le considérant comme un moyen d'assujettir au calcul, les mouvemens célestes; cette première tentative de l'esprit humain, sur un objet aussi compliqué, fait honneur à la sagacité de son auteur.

Ptolémée confirma le mouvement des équinoxes, découvert par Hypparque; en comparant ses observations à celles de ce grand astronome, il établit l'immobilité respective des étoiles, leur latitude constante au-dessus de

l'écliptique, et leur mouvement en longitude, qu'il trouva de 111″ par année, comme Hypparque l'avait soupçonné. Nous savons aujourd'hui, que ce mouvement était à fort peu près de 154″, ce qui, vu l'intervalle compris entre les observations d'Hypparque et de Ptolémée, semble supposer une erreur de plus d'un degré, dans leurs observations. Malgré la difficulté que la détermination de la longitude des étoiles, présentait à des observateurs qui n'avaient point de mesure exacte du tems ; on est surpris qu'ils aient commis de si grandes erreurs, sur-tout, quand on considère l'accord des observations que Ptolémée cite à l'appui de son résultat. On lui a reproché de les avoir altérées ; mais ce reproche n'est point fondé ; son erreur sur le mouvement annuel des équinoxes, paraît venir de sa trop grande confiance dans les résultats d'Hypparque sur la grandeur de l'année tropique, et sur le mouvement du soleil. En effet, Ptolémée a déterminé la longitude des étoiles, en les comparant, soit au soleil par le moyen de la lune, soit à la lune elle-même, ce qui revenait à les comparer au soleil, puisque le mouvement synodique de la lune était bien connu par les éclipses ; or Hypparque ayant

supposé l'année trop longue, et par conséquent le mouvement du soleil en longitude, plus petit que le véritable, il est clair que cette erreur a diminué les longitudes du soleil et de la lune, dont Ptolémée a fait usage; le mouvement en longitude, qu'il attribuait aux étoiles, est donc trop petit, de l'arc décrit par le soleil, dans un tems égal à l'erreur d'Hypparque sur la longueur de l'année. Au tems d'Hypparque, l'année tropique était de $365^{j.},24234$; ce grand astronome la supposait de $365^{j.},24667$; la différence est de 433″, et pendant cet intervalle, le soleil décrit un arc de 47″; en l'ajoutant à la précession annuelle de 111″, déterminée par Ptolémée, on a 158″ pour la précession qu'il aurait trouvée, s'il était parti de la vraie grandeur de l'année tropique; et alors, son erreur n'eût été que de 4″.

Cette remarque nous conduit à examiner si, comme on le pense généralement, le catalogue des étoiles de Ptolémée, est celui d'Hypparque, réduit à son tems, au moyen d'une précession annuelle de 111″. On se fonde sur ce que l'erreur constante des longitudes des

étoiles, dans ce catalogue, disparaît quand on le rapporte au tems d'Hypparque. Mais l'explication que nous venons de donner de cette erreur, justifie Ptolémée, du reproche qu'on lui a fait, de s'être attribué l'ouvrage d'Hypparque ; et il paraît juste de l'en croire, lorsqu'il dit positivement qu'il a observé les étoiles de son catalogue, celles même de la sixième grandeur. Il remarque en même-tems, qu'il a retrouvé à très-peu près les mêmes positions des étoiles, qu'Hypparque avait déterminées par rapport à l'écliptique, ensorte que les différences de ces positions, dans les deux catalogues, devaient être peu considérables. Ainsi, les observations de Ptolémée sur les étoiles, et la véritable valeur qu'il a assignée à l'évection, déposent en faveur de son exactitude, comme observateur. A la vérité, les trois équinoxes qu'il a observés, sont fautifs ; mais il paraît que trop prévenu pour les tables solaires d'Hypparque, il fit coïncider avec elles, ses observations des équinoxes, alors très-délicates, et dont le seul dérangement de son armille, suffit pour expliquer les erreurs.

L'édifice astronomique élevé par Ptolémée, a subsisté pendant près de quatorze

siècles ; aujourd'hui même, qu'il est entièrement détruit, son almageste considéré comme le dépôt des anciennes observations, est un des plus précieux monumens de l'antiquité.

Ptolemée n'a pas rendu moins de services à la géographie, en rassemblant toutes les déterminations de longitude et de latitude, des lieux connus ; et en jettant les fondemens de la méthode des projections, pour la construction des cartes géographiques. Il a fait un grand traité d'optique, qui ne nous est point parvenu, et dans lequel il paraît avoir exposé le phénomène des réfractions astronomiques ; il a encore écrit divers traités sur la chronologie, la musique, la gnomonique et la mécanique. Tant de travaux sur un si grand nombre d'objets, supposent un esprit vaste, et lui assurent un rang distingué dans l'histoire des sciences. Au renouvellement de l'astronomie, quand son système eut fait place à celui de la nature ; on se vengea sur son auteur, du despotisme avec lequel il avait régné trop longtems. On accusa Ptolémée, de s'être approprié les découvertes de ses prédécesseurs ; mais de son tems, les ouvrages d'Hypparque et des astronomes d'Alexandrie, étaient assez connus,

pour le rendre excusable de n'avoir pas distingué ce qui leur appartenait, de ses propres découvertes. Quant au règne trop long de ses erreurs, il faut l'attribuer aux causes qui ont replongé l'Europe dans l'ignorance. La réputation de Ptolémée a éprouvé le même sort, que celles d'Aristote et de Descartes. Leurs erreurs n'ont pas été plutôt reconnues, que l'on a passé d'une admiration aveugle, à un injuste mépris ; car, dans les sciences mêmes, les révolutions les plus utiles n'ont point été exemptes de passion et d'injustice.

CHAPITRE III.

De l'astronomie des Arabes, des Chinois et des Perses.

Aux travaux de Ptolémée, finit la gloire de l'école d'Alexandrie. Cette école subsista encore pendant cinq siècles ; mais les successeurs d'Hypparque et de Ptolémée, se bor-

nèrent à commenter leurs ouvrages, et n'ajoutèrent rien de remarquable, à leurs découvertes. Dominée par l'ambition des conquêtes, agitée par des troubles intérieurs, ensanglantée par les guerres civiles dans lesquelles son inquiète liberté expira, pour faire place au despotisme militaire et souvent orageux de ses empereurs; Rome, pendant long-tems, le séjour des vertus, de la gloire et des lettres, ne fit rien pour les sciences; aucun établissement utile à leurs progrès, ne fut créé ou protégé par les Romains. Le déchirement de l'Empire, suite inévitable de sa trop vaste étendue, amena sa décadence; et le flambeau des sciences, éteint par les irruptions des barbares, ne se ralluma que chez les Arabes.

Ce peuple exalté par le fanatisme, après avoir étendu sa religion et ses conquêtes, sur une grande partie de la terre, eut à peine goûté les douceurs de la paix; qu'il se livra aux sciences et aux lettres, avec ardeur. Peu de tems auparavant, il en avait détruit le plus beau monument, en réduisant en cendres la fameuse bibliothèque d'Alexandrie. Envain le philosophe Philopanus demanda avec instance, qu'elle fût conservée; *si ces livres*, ré-

pondit Omar, *sont conformes à l'alcoran, ils sont inutiles ; ils sont détestables, s'ils lui sont contraires.* Ainsi périt ce trésor immense de l'érudition et du génie. Bientôt, le repentir et les regrets suivirent cette exécution barbare ; et les Arabes ne tardèrent pas à reconnaître que par cette perte irréparable, ils s'étaient privés du fruit le plus précieux de leurs conquêtes.

Parmi les califes que distingua leur amour pour l'astronomie, l'histoire cite principalement Almamoun, prince de la famille des Abassides, et fils du fameux Aaron Raschild, si célèbre dans l'Asie. Almamoun régnait à Bagdad, en 814 ; vainqueur de l'empereur grec, Michel III, il imposa pour une des conditions de la paix, qu'on lui fournirait les meilleurs livres de la Grèce; l'Almageste fut de ce nombre ; il le fit traduire, et répandit ainsi, parmi les Arabes, les connaissances astronomiques qui avaient illustré l'école d'Alexandrie. Non content d'encourager les savans, par ses bienfaits, il fut lui-même observateur ; il détermina l'obliquité de l'écliptique, et fit mesurer un degré

de la terre, dans une vaste plaine de la Mésopotamie.

Les encouragemens donnés à l'astronomie, par ce prince et ses successeurs, produisirent un grand nombre d'astronomes recommandables, parmi lesquels Albatenius occupe la première place. On lui doit une observation de l'obliquité de l'écliptique, qui corrigée de la réfraction et de la parallaxe, donne 26°,2182 pour cette obliquité, vers l'an 880. Toutes les observations arabes donnent à-peu-près le même résultat, d'où l'on tire une diminution séculaire d'environ 159".

Albatenius trouva le mouvement annuel des équinoxes, égal à 168",3, et la durée de l'année tropique égale à $365^{j.},24056$. Le premier de ces élémens est en excès de 14"; le second est trop faible de plus d'une minute et demie; mais ces erreurs dépendent uniquement des observations de Ptolémée, auxquelles Albatenius compara ses observations; il aurait beaucoup plus approché de la vérité, en employant celles d'Hypparque.

Ce grand astronome perfectionna la théorie

du

du soleil ; il réduisit à 0,03465, la distance du centre de la terre, à celui de son orbe supposé circulaire et d'un rayon égal à l'unité ; ce qui donne 0,017325, pour l'excentricité de l'ellipse solaire. Elle était 0,016814, au commencement de 1750 ; sa diminution dans l'intervalle d'environ 870 ans, aurait donc été de 0,00511. La théorie de la pesanteur, en adoptant les valeurs les plus probables des masses des planètes, donne 0,003967, pour cette diminution ; la différence est dans les limites des erreurs dont ces valeurs et les observations d'Albatenius sont susceptibles.

Ces mêmes observations le conduisirent à la découverte du mouvement propre de l'apogée du soleil ; il l'observa dans 24°,76 des gémeaux, plus avancé depuis Hypparque, qu'il ne devait l'être à raison du mouvement seul des équinoxes. Suivant nos meilleures tables, le lieu de l'apogée était dans 26°,23 des gémeaux, en 880 ; la détermination d'Albatenius n'est donc en erreur que d'un degré et demi, ce qui, par rapport à un élément aussi délicat, est d'une grande précision pour son siècle. Ces résultats sont précieux par leur exactitude, et sur-tout parce qu'ils sont les

seuls qui confirment directement la diminution de l'excentricité de l'orbe solaire, démontrée par la théorie de la pesanteur, et par l'équation séculaire de la lune. Ils doivent inspirer une grande confiance dans l'observation de l'obliquité de l'écliptique, qu'Albatenius dit avoir faite avec soin, au moyen d'une longue alilade, et en prenant toutes les précautions indiquées dans l'Almageste.

Ces travaux d'Albatenius, consignés dans son ouvrage *sur la science des étoiles*, qui nous est parvenu; deux éclipses de soleil, et une éclipse de lune, observées près du Caire, en 977, 978 et 979, par Ibn Junis, et qui ont servi à reconnaître l'accélération du mouvement lunaire; voilà ce que l'astronomie des Arabes nous offre de plus intéressant. Livrés uniquement aux observations, ils ne sont point occupés des causes des phénomènes célestes, et ils n'ont rien changé au système de Ptolémée.

Les Perses, soumis long-tems aux mêmes souverains que les Arabes, et professant la même religion, secouèrent, vers le milieu de l'onzième siècle, le joug des califs. A cette époque, leur calendrier reçut, par les soins de l'astronome Omar Cheyam, une forme nou-

velle fondée sur l'intercalation ingénieuse qui consiste à faire huit années sextiles, sur trente-trois ans. Holagu Ilecoukan, un de leurs souverains, rassembla les astronomes les plus instruits, à Maragha où il fit construire un magnifique observatoire dont il confia la direction à Nassir-Eddin. Mais aucun prince de cette nation ne se distingua plus par son zèle pour l'astronomie, q'Ulugh-Beigh que l'on doit mettre au rang des plus grands observateurs. Il dressa lui-même, à Samarcande capitale de ses états, un nouveau catalogue d'étoiles, et les meilleures tables du soleil et des planètes, que l'on ait eues avant Ticho Brahé. Il fixa la précession annuelle des équinoxes, à 159″, et mesura en 1437, avec un grand appareil d'instrumens, l'obliquité de l'écliptique, qu'il trouva égale à 26°,1475.

Un siècle et demi auparavant, l'astronomie chinoise nous offre plusieurs observations du soleil, faites avec beaucoup de soin, et au moyen d'un gnomon fort élevé, par Cocheou-king, astronome très-recommandable. La Caille en a conclu la longueur de l'année, conforme à celle que nous avons adoptée; et l'obliquité de l'écliptique, égale à 26°,1519, en 1218,

époque de ces observations, d'où résulte une diminution séculaire de 153″. C'est en me fondant principalement sur ces observations et sur celles d'Albatenius, que j'ai évalué cette diminution, à 154″,3. L'histoire de l'astronomie chinoise fait encore mention de quelques occultations des étoiles par les planètes, et d'un assez grand nombre d'éclipses de soleil et de lune. Il existe sans doute, dans les manuscrits que renferment nos bibliothèques, d'autres observations qui répandraient un grand jour sur la théorie des inégalités séculaires des mouvemens célestes, et sur la vraie valeur des masses des planètes, l'une des principales choses que laisse à desirer l'astronomie moderne. La recherche de ces observations doit fixer particulièrement l'attention des savans versés dans les langues orientales; car les grandes variations du système du monde, ne sont pas moins intéressantes à connaître, que les révolutions des empires.

CHAPITRE IV.

De l'astronomie dans l'Europe moderne.

C'EST aux Arabes, que l'Europe moderne doit les premiers rayons de lumière, qui ont dissipé les ténèbres dont elle a été enveloppée pendant plus de douze siècles. Ils ont été nos maîtres, comme autrefois, les Egyptiens le furent des Grecs ; et par une fatalité singulière, les sciences qu'ils nous ont transmises, ont disparu chez ces peuples, comme l'astronomie disparut des temples de l'Egypte et de la Caldée, à mesure qu'elle fit des progrés dans l'école d'Alexandrie.

Alphonse, roi de Castille, fut un des premiers souverains qui encouragèrent l'astronomie renaissante en Europe. Cette science compte peu de protecteurs aussi zélés; mais il fut mal secondé par les astronomes qu'il

avait rassemblés à grands frais ; et les tables qu'ils publièrent, ne répondirent point aux dépenses excessives qu'elles avaient occasionnées. Doué d'un esprit juste, Alphonse était choqué de l'embarras de tous les cercles dans lesquels on faisait mouvoir les corps célestes ; il sentait que les moyens de la nature devaient être beaucoup plus simples. *Si Dieu*, disait-il, *m'avait appellé à son conseil, les choses eussent été dans un meilleur ordre.* Par ces mots qui ont eté taxés d'impiété, il faisait entendre que l'on était encore loin de connaître le mécanisme de l'univers.

Au tems d'Alphonse, l'empereur d'Allemagne Frédéric II, se distingua par son amour pour l'astronomie. On doit à ses encouragemens, la première traduction latine de l'Almageste ; elle fut faite sur un manuscrit arabe ; la langue grecque étant alors, inconnue dans ces contrées.

Nous arrivons enfin, à l'époque célèbre où l'astronomie prenant un rapide essor, s'éleva par des progrès continus, à la hauteur où nous la voyons, Purback, Regiomontanus et Valtherus, préparent ces beaux jours de l'astronomie ; et Copernic les fit naître par l'ex-

plication heureuse des phénomènes célestes, au moyen des mouvemens de la terre sur elle-même et autour du soleil. Choqué comme Alphonse, de l'extrême complication du système de Ptolémée ; il chercha dans les anciens philosophes, une disposition plus simple de l'univers. Il vit que les Egyptiens avaient mis Vénus et Mercure en mouvement autour du soleil ; que Nicétas, au rapport de Cicéron, faisait tourner la terre sur son axe, et par ce moyen, affranchissait la sphère céleste, de l'inconcevable vîtesse qu'il fallait lui supposer pour accomplir sa révolution diurne. Aristote et Plutarque lui apprirent que les pythagoriciens faisaient mouvoir la terre et les planètes, autour du soleil qu'ils plaçaient au centre du monde. Ces idées lumineuses le frappèrent; il les appliqua aux observations astronomiques que le tems avait considérablement multipliées, et il eut la satisfaction de les voir se plier sans effort, à la théorie des mouvemens de la terre. Les cercles imaginés par Ptolémée, pour expliquer les mouvemens alternativement directs et rétrogrades des planètes, disparurent; et Copernic n'apperçut dans ces singuliers phénomènes, que des apparences produites

par la combinaison du mouvement de la terre, avec ceux des planètes. Le mouvement diurne de tous les astres n'était que celui de la rotation de la terre, et la précession des équinoxes se réduisait à un léger mouvement dans l'axe terrestre. Enfin, tout annonçait dans ce systême, cette belle simplicité qui nous charme dans les moyens de la nature, quand nous sommes assez heureux pour les connaître. Copernic le publia dans son ouvrage *sur les révolutions célestes*; pour ne pas révolter les préjugés reçus, il ne le présenta que comme une hypothèse. « Les astronomes, dit-il, dans sa » Dédicace au pape Paul III, s'étant permis » d'imaginer des cercles pour expliquer les » mouvemens des astres; j'ai cru pouvoir également me permettre d'examiner si la supposition du mouvement de la terre, rend plus » exacte et plus simple, la théorie de ces mouvemens ».

Ce grand homme n'eut pas le tems d'être témoin du succès de son ouvrage; il mourut presque subitement d'un flux de sang, à l'âge de 71 ans, peu de jours après en avoir reçu le premier exemplaire. Né à Thorn dans la Prusse polonaise, le 19 février 1493, il apprit dans

la maison paternelle, les langues grecque et latine, et il alla continuer ses études à Cracovie. Ensuite, entraîné par son goût pour l'astronomie, et par la réputation que Régiomontanus avait laissée ; le desir de l'égaler, lui fit entreprendre le voyage de l'Italie où cette science était enseignée avec succès. Il suivit à Bologne, les leçons de Dominique Maria. Etant venu à Rome, ses talens lui méritèrent une place de professeur ; enfin, il quitta cette ville, pour se fixer à Frawemberg où son oncle alors évêque de Warmie, le pourvut d'un canonicat. Ce fut dans ce tranquille séjour, que par trente-six ans d'observations et de méditations, il établit sa théorie des mouvemens de la terre. A sa mort, il fut inhumé dans la cathédrale de Frawemberg, sans pompe et sans épitaphe ; mais sa mémoire subsistera aussi long-tems que les grandes vérités qu'il a reproduites avec une évidence qui a enfin, dissipé les illusions des sens, et surmonté les difficultés que leur opposait l'ignorance des lois de la mécanique.

Ces vérités eurent encore à vaincre des obstacles d'un autre genre, et qui naissant d'un fonds respecté, les auraient étouffées ; si les progrès ra-

pides de toutes les sciences mathématiques, n'eussent concouru à les affermir. La religion fut invoquée pour détruire un systême astronomique, et l'on tourmenta par des persécutions réitérées, l'un de ses défenseurs, dont les découvertes illustraient son siècle et sa patrie. Rethicus, disciple de Copernic, fut le premier qui en adopta les idées ; mais elles ne prirent une grande faveur, que vers le commencement du dix-septième siècle, et elles la durent principalement aux travaux et aux malheurs de Galilée.

Un hasard heureux venait de faire connaître le plus merveilleux instrument que l'industrie humaine ait découvert, et qui en donnant aux observations astronomiques, une étendue et une précision inespérée, a fait appercevoir dans les cieux, des inégalités nouvelles et de nouveaux mondes. Galilée eut à peine connaissance des premiers essais sur le télescope, qu'il s'attacha à le perfectionner. En le tournant vers les astres, il reconnût les phases de Mercure et de Vénus, que Copernic avait conclues de sa théorie ; et dès lors, il ne douta plus du mouvement de ces planètes autour du soleil. Les satellites de Jupiter, qu'il dé-

couvrit ensuite, lui montrèrent une nouvelle analogie de la terre avec les planètes. Enfin, il apperçut les taches du soleil, et les apparences occasionnées par l'anneau de Saturne. En publiant ces découvertes, il fit voir qu'elles prouvaient incontestablement, le mouvement de la terre ; mais la pensée de ce mouvement, fut déclarée hérétique, par une congrégation de cardinaux ; et Galilée, son plus célèbre défenseur, fut cité au tribunal de l'inquisition, et forcé de se rétracter, pour échapper à une prison rigoureuse.

Une des plus fortes passions, est celle de la vérité, dans l'homme de génie. Persuadé que pour la faire adopter, il suffit de la mettre au jour ; il brûle de la répandre, et les obstacles qu'on lui oppose, en lui montrant l'erreur et l'injustice réunies pour la détruire, ne servent qu'à l'irriter, et à lui donner une nouvelle énergie. Galilée convaincu par ses propres observations, du mouvement de la terre, médita long-tems un nouvel ouvrage dans lequel il se proposait d'en développer toutes les preuves. Mais pour se dérober en même-tems, à la persécution dont il avait été la victime ; il imagina de les présenter en forme de dialogues,

entre trois interlocuteurs dont l'un défendait le système de Copernic, combattu par un interlocuteur péripatéticien. On sent que l'avantage restait au défenseur de ce système ; mais Galilée ne prononçant point entre eux, et faisant valoir autant qu'il était possible, les objections des partisans de Ptolémée, devait s'attendre à jouir d'une tranquillité que lui méritaient ses travaux et son grand âge. Le succès de ces dialogues, et la manière triomphante avec laquelle toutes les difficultés contre le mouvement de la terre, y étaient résolues ; réveillèrent l'inquisition. Galilée à l'âge de soixante et dix ans, fut de nouveau cité à ce tribunal. La protection du grand duc de Toscane ne pût empêcher qu'il y comparût. On l'enferma dans une prison où l'on exigea de lui, un second désaveu de ses sentimens, avec menace de la peine de relaps, s'il continuait d'enseigner le système de Copernic. On lui fit signer cette formule d'abjuration ; *Moi, Galilée, à la soixante et dixième année de mon âge, constitué personnellement en justice, étant à genoux, et ayant devant les yeux, les saints évangiles que je touche de mes propres mains ; d'un cœur et d'une foi sincère, j'abjure, je maudis et je déteste l'absurdité,*

l'erreur, l'hérésie du mouvement de la terre, etc. Quel spectacle, que celui d'un vénérable vieillard, illustre par une longue vie consacrée toute entière à l'étude de la nature, abjurant à genoux, contre le témoignage de sa propre conscience, la vérité qu'il avait prouvée avec évidence ! Un décret de l'inquisition le condamna à une prison perpétuelle ; il fut élargi après une année, par les sollicitations du grand duc ; mais pour l'empêcher de se soustraire au pouvoir de l'inquisition, on lui défendit de sortir du territoire de Florence. Né à Pise en 1564, il annonça de bonne heure, les talens qu'il développa dans la suite. La mécanique lui doit un grand nombre de découvertes dont la plus importante est sa théorie de la chûte des graves. Galilée était occupé de la libration de la lune, lorsqu'il perdit la vue ; il mourut trois ans après, à Arcetri en 1642, emportant avec lui, les regrets de l'Europe éclairée par ses travaux, et indignée du jugement porté contre un si grand homme, par un odieux tribunal.

Pendant que ces choses se passaient en Italie ; Kepler dévoilait en Allemagne, les lois des mouvemens planétaires. Mais avant que d'ex-

poser ses découvertes, il convient de remonter plus haut, et de faire connaître les progrès de l'astronomie, dans le Nord de l'Europe, depuis la mort de Copernic.

L'histoire de cette science nous offre à cette époque, un grand nombre d'excellens observateurs. L'un des plus illustres, fut Guillaume IV landgrave de Hesse-Cassel. Il fit bâtir à Cassel, un observatoire qu'il munit d'instrumens travaillés avec soin, et dans lequel il observa long-tems, lui-même. Il s'attacha deux astronomes distingués, Rothman, et Juste Brige ; et Ticho fut redevable à ses pressantes sollicitations, des avantages que lui procura Frédéric roi de Dannemarck.

Ticho Brahé, l'un des plus grands observateurs qui aient existé, naquit à Kundsturp en Norvège. Son goût pour l'astronomie se manifesta dès l'âge de quatorze ans, à l'occasion d'une éclipse de soleil, arrivée en 1560. A cet âge où il est si rare de réfléchir, la justesse du calcul qui avait annoncé ce phénomène, lui inspira le vif desir d'en connaître les principes ; et ce desir s'accrut encore, par les oppositions qu'il éprouva de la part de son gouverneur et de sa famille. Il voyagea en

Allemagne, où il contracta des liaisons de correspondance et d'amitié avec les savans et les amateurs les plus distingués de l'astronomie, et particulièrement avec le landgrave de Hesse-Cassel, qui le reçut de la manière la plus flatteuse. De retour dans sa patrie, il y fut fixé par Frédéric son souverain, qui lui donna la petite île d'Huene, à l'entrée de la mer Baltique. Ticho y fit bâtir un observatoire célèbre sous le nom d'*Uranisbourg*; là, pendant un séjour de vingt-un ans, il fit un amas prodigieux d'observations, et plusieurs découvertes importantes. A la mort de Frédéric, l'envie déchaînée contre Ticho, le força d'abandonner sa retraite. Son retour à Copenhague n'assouvit point la rage de ses persécuteurs; un ministre, (son nom, comme celui de tous les hommes qui ont abusé de leur pouvoir, pour arrêter le progrès de la raison, doit être livré à l'exécration de tous les âges) Walchendorp lui fit défendre de continuer ses observations. Heureusement, Ticho retrouva un protecteur puissant dans l'empereur Rodolphe II, qui se l'attacha par une pension considérable, et le logea commodément à Prague. Une mort imprévue l'enleva dans

cette ville, le 24 octobre 1601, au milieu de ses travaux, et dans un âge où l'astronomie pouvait encore en attendre de grands services.

De nouveaux instrumens inventés, et des perfections nouvelles ajoutées aux anciens; une précision beaucoup plus grande dans les observations; un catalogue d'étoiles fort supérieur à ceux d'Hypparque et d'Ulug-Beigh; la découverte de l'inégalité de la lune, nommée *variation*; celle des inégalités du mouvement des nœuds et de l'inclinaison de l'orbe lunaire; la remarque intéressante que les comètes sont au-delà de cet orbe; une connaissance plus parfaite des réfractions astronomiques; enfin, des observations très-nombreuses des planètes, qui ont servi de base aux découvertes de Kepler; tels sont les principaux services que Ticho Brahé a rendus à l'astronomie. Frappé des objections que les adversaires de Copernic opposaient au mouvement de la terre, et peut-être entraîné par la vanité de donner son nom à un systême astronomique, il méconnut celui de la nature. Suivant lui, la terre est immobile au centre de l'univers; tous les astres se meuvent chaque jour, autour de l'axe du monde; et le soleil, dans sa révolution annuelle,

nuelle, emporte avec lui les planètes. Dans ce systême déjà connu, les apparences sont les mêmes que dans celui du mouvement de la terre. On peut généralement considérer tel point que l'on veut, par exemple, le centre de la lune, comme immobile ; pourvu que l'on transporte en sens contraire, à tous les astres, le mouvement dont il est animé. Mais n'est-il pas physiquement absurde, de supposer la terre sans mouvement dans l'espace, tandis que le soleil entraîne les planètes au milieu desquelles elle est comprise ? La distance de la terre au soleil, si bien d'accord avec la durée de sa révolution, dans l'hypothèse du mouvement de la terre, pouvait-elle laisser sur la verité de cette hypothèse, des doutes à un esprit fait pour sentir la force de l'analogie ? Il faut l'avouer ; Ticho, quoique grand observateur, ne fut pas heureux dans la recherche des causes ; son esprit peu philosophique fut même imbu des préjugés de l'astrologie qu'il a essayé de defendre.

Dans ses dernières années, Ticho eut pour disciple et pour aide, Kepler né en 1571, à Viel, dans le duché de Wirtemberg, et l'un de ces hommes rares que la nature donne

de tems en tems aux sciences, pour en faire éclore les grandes théories préparées par les travaux de plusieurs siècles. La carrière des sciences lui parut d'abord peu propre à satisfaire l'ambition qu'il avait de s'illustrer ; mais l'ascendant de son génie, et les exhortations de Mœstlin, le rappellèrent à l'astronomie, et il y porta toute l'activité d'une ame passionnée pour la gloire.

Impatient de connaître la cause des phénomènes, le savant doué d'une imagination vive, l'entrevoit souvent, avant que les observations aient pu l'y conduire. Sans doute, il est plus sûr de remonter des phénomènes aux causes ; mais l'histoire des sciences nous prouve que cette marche lente n'a pas toujours été celle des inventeurs. Que d'écueils doit craindre celui qui prend son imagination pour guide ! Prévenu pour la cause qu'elle lui présente, loin de la rejetter lorsque les phénomènes lui sont contraires, il les altère pour les plier à ses hypothèses ; il mutile, si je puis ainsi dire, l'ouvrage de la nature, pour le faire ressembler à celui de son imagination ; sans réfléchir que le tems détruit d'une main, ces vains phantômes, et de l'autre, affermit les résultats du

calcul et de l'expérience. Le philosophe vraiment utile au progrès des sciences, est celui qui réunissant à une imagination profonde, une grande sévérité dans le raisonnement et dans les observations; est à-la-fois tourmenté par le desir de s'élever à la cause des phénomènes, et par la crainte de se tromper sur celle qu'il leur assigne.

Kepler dut à la nature, le premier de ces avantages; et le second, à Ticho Brahé. Ce grand observateur qu'il alla voir à Prague, et qui, dans les premiers ouvrages de Kepler, avait démêlé son génie, à travers les analogies mystérieuses des figures et des nombres dont ils étaient remplis, l'exhorta à observer, et lui procura le titre de mathématicien impérial. La mort de Ticho, arrivée peu d'années après, mit Kepler en possession de la collection précieuse de ces observations, et il en fit l'emploi le plus utile, en fondant sur elles, trois des plus importantes découvertes que l'on ait faites dans la philosophie naturelle.

Ce fut une opposition de Mars, qui détermina Kepler à s'occuper de préférence, des mouvemens de cette planète. Son choix fut heureux, en ce que l'orbe de Mars étant un

des plus excentriques du système planétaire ; les inégalités de son mouvement sont plus sensibles, et doivent plus facilement et plus sûrement en faire découvrir les lois. Quoique la théorie du mouvement de la terre, eût fait disparaître la plûpart des cercles dont Ptolémée avait embarrassé l'astronomie ; cependant Copernic en avait laissé subsister plusieurs, pour expliquer les inégalités réelles des corps célestes. Kepler trompé comme lui, par l'opinion que leurs mouvemens devaient être circulaires et uniformes, essaya long-tems de représenter ceux de Mars, dans cette hypothèse. Enfin, après un grand nombre de tentatives qu'il a rapportées en détail, dans son fameux ouvrage de *Stella Martis*, il franchit l'obstacle que lui opposait une erreur accréditée par le suffrage de tous les siècles ; il reconnut que l'orbe de Mars est une ellipse dont le soleil occupe un des foyers, et que la planète s'y meut de manière que le rayon vecteur mené de son centre à celui du soleil, décrit des aires proportionnelles au tems. Kepler étendit ces résultats à toutes les planètes, et publia en 1626, d'après cette théorie, les tables rudolphines, à jamais mémorables en astronomie, comme

ayant été les premières fondées sur les véritables lois des mouvemens planétaires.

Sans les spéculations des Grecs sur les courbes que forme la section du cône par un plan ; ces belles lois seraient peut-être, encore ignorées. L'ellipse étant une de ces courbes, sa figure allongée fit naître dans l'esprit de Kepler, la pensée d'y mettre en mouvement, la planète Mars dont il avait reconnu que l'orbite était ovale ; et bientôt, au moyen des nombreuses propriétés que les anciens géomètres avaient trouvées sur les sections coniques, il s'assura de la vérité de cette hypothèse. L'histoire des sciences nous offre beaucoup d'exemples de ces applications de la géométrie pure, et de ses avantages ; car tout se tient dans la chaîne immense des vérités, et souvent une seule observation a suffi pour faire passer les plus inutiles en apparence, de notre entendement, dans la nature dont les phénomènes ne sont que les résultats mathématiques d'un petit nombre de lois invariables.

Le sentiment de cette vérité donna probablement, naissance aux analogies mystérieuses des pythagoriciens ; elles avaient séduit Kepler, et il leur fut redevable d'une de ses plus

belles découvertes. Persuadé que les distances moyennes des planètes au soleil, devaient être réglées conformément à ces analogies ; il les compara long-tems, soit avec les corps réguliers de la géométrie, soit avec les tons de la musique. Enfin, après dix-sept ans de méditation et de calculs, ayant eu l'idée de comparer les puissances des nombres qui les expriment ; il trouva que les quarrés des tems des révolutions des planètes, sont entr'eux comme les cubes des grands axes de leurs orbes ; loi très-importante, qu'il eut l'avantage de reconnaître dans le système des satellites de Jupiter, et qui s'étend à tous les systêmes de satellites.

On doit être étonné que Kepler n'ait pas appliqué aux comètes, les lois générales du mouvement elliptique. Mais égaré par une imagination ardente, il laissa échapper le fil de l'analogie qui devait le conduire à cette grande découverte. Persuadé que les comètes n'étaient que des météores engendrés dans l'éther; il négligea, comme il en convient lui-même, d'étudier leurs mouvemens, et il s'arrêta au milieu de la carrière qu'il avait ouverte, abandonnant à ses successeurs, une partie de la gloire qu'il pouvait encore acquérir. De son

tems, on commençait à peine, à entrevoir la méthode de procéder dans la recherche de la vérité à laquelle le génie ne parvenait que par instinct, en alliant souvent à ses découvertes, beaucoup d'erreurs. Au lieu de s'élever péniblement, par une suite d'inductions, des phénomènes particuliers, à d'autres plus étendus, et de ceux-ci, aux lois générales de la nature; il était plus facile et plus agréable de subordonner tous les phénomènes, à des rapports de convenance et d'harmonie, que l'imagination créait et modifiait à son gré. Ainsi, Kepler expliqua la disposition du système solaire, par les lois de l'harmonie musicale. On le voit, même dans ses derniers ouvrages, se complaire dans ces chimériques spéculations, au point de les regarder comme l'*ame et la vie* de l'astronomie. Il en a déduit l'excentricité de l'orbe terrestre, la densité du soleil, sa parallaxe, et d'autres résulsats dont l'inexactitude est une preuve des erreurs auxquelles on s'expose, en s'écartant de la route tracée par l'observation.

Après avoir détruit les épicicles que Copernic avait conservés; après avoir déterminé la courbe que les planètes décrivent autour du soleil, et

reconnu les lois de leurs mouvemens ; Kepler touchait de trop près, au principe dont ces lois dérivent, pour ne pas le pressentir. La recherche de ce principe exerça souvent son imagination active ; mais le moment n'était pas venu, de faire ce dernier pas qui demandait une connaissance plus approfondie de la mécanique, et une géométrie plus perfectionnée. Cependant, au milieu des tentatives infructueuses de Kepler, et de ses nombreux écarts ; l'enchaînement des vérités l'a conduit à des vues saines sur cet objet, dans l'ouvrage où il a présenté ses principales découvertes. « La gravité, dit-il » dans son *Commentaire sur Mars*, n'est qu'une » affection corporelle et mutuelle entre les » corps semblables. Les corps graves ne ten- » dent point au centre du monde, mais à » celui du corps rond dont ils font partie ; et » si la terre n'était pas sphérique, les graves » ne tomberaient point vers son centre, mais » vers différens points. Si la lune et la terre » n'étaient pas retenues dans leurs distances » respectives, elles tomberaient l'une sur l'au- » tre, la lune faisant les $\frac{53}{54}$ du chemin, et la » terre faisant le reste, en les supposant éga- » lement denses. » Il croit encore que l'attrac-

tion de la lune est la cause du flux et du reflux de la mer, et il soupçonne que les irrégularités du mouvement lunaire sont produites par les actions combinées du soleil et de la terre, sur la lune.

L'astronomie doit encore à Kepler, plusieurs découvertes importantes. Son ouvrage sur l'optique, est plein de choses neuves et intéressantes; il y explique le mécanisme de la vision, inconnu avant lui ; il y donne la vraie cause de la lumière cendrée de la lune ; mais il en fait hommage à son maître Mœstlin recommandable par cette découverte, et pour avoir rappelé Kepler à l'astronomie, et converti Galilée, au système de Copernic. Enfin, Kepler, dans son ouvrage intitulé *Stereometria doliorum*, a présenté sur l'infini, des vues qui ont influé sur la révolution que la géométrie a éprouvée à la fin du dernier siècle.

Avec autant de droits à l'admiration, ce grand homme vécut dans la misère ; tandis que l'astrologie judiciaire, par-tout en honneur, était magnifiquement récompensée. Heureusement, la jouissance de la vérité qui se découvre à l'homme de génie, et la perspective de la postérité juste et reconnaissante, le consolent de

l'ingratitude de ses contemporains. Kepler avait obtenu des pensions qui lui furent toujours mal payées. Etant allé à la diète de Ratisbonne, pour en solliciter les arrérages ; il mourut dans cette ville, le 5 novembre 1631. Il eut dans ses dernières années, l'avantage de voir naître et de profiter de la découverte des logarythmes, artifice admirable, dû à Neper, baron écossais ; et qui, en réduisant à quelques heures, le travail de plusieurs mois, double, si l'on peut ainsi dire, la vie des astronomes, et leur épargne les erreurs et les dégoûts inséparables des longs calculs ; invention d'autant plus satisfaisante pour l'esprit humain, qu'il l'a tirée en entier, de son propre fonds. Dans les arts, l'homme emploie les matériaux et les forces de la nature, pour accroître sa puissance ; mais ici, tout est son ouvrage.

Les travaux d'Huyghens suivirent de près, ceux de Kepler et de Galilée. Très-peu d'hommes ont aussi bien mérité des sciences, par l'importance et la sublimité de leurs recherches. L'application heureuse qu'il fit, du pendule aux horloges, est un des plus beaux présens que l'on ait faits à l'astronomie ; il reconnut que les singulières apparences de Saturne, sont produites

par un anneau fort mince dont cette planète est environnée ; son assiduité à les observer, lui fit découvrir un des satellites de Saturne. La géométrie, la mécanique et l'optique, lui sont redevables d'un grand nombre de découvertes ; et si ce rare génie eût eu l'idée de combiner ses théorêmes sur la force centrifuge, avec ses belles recherches sur les développées, et avec les lois de Kepler ; il eût enlevé à Newton, sa théorie des mouvemens curvilignes, et celle de la pesanteur universelle. Mais c'est dans de semblables rapprochemens, que consistent les découvertes.

Vers le même tems, Hevelius se rendit utile à l'astronomie, par d'immenses travaux. Il a existé peu d'observateurs aussi infatigables ; on regrette qu'il n'ait pas voulu adopter l'application des lunettes aux quarts de cercle, invention qui a donné au observations, une précision jusqu'alors inconnue.

A cette époque, l'astronomie prit un nouvel essor, par l'établissement des sociétés savantes. La nature est tellement variée dans ses productions et dans ses phénomènes ; elle est si difficile à pénétrer dans ses causes ; que pour la connaître et la forcer à nous dévoiler ses lois, il

faut qu'un grand nombre d'hommes réunissent leurs lumières et leurs efforts. Cette réunion est sur-tout nécessaire, quand les sciences, en s'étendant, se touchent et se demandent de mutuels secours. Alors, le physicien a recours au géomètre, pour s'élever aux causes générales des phénomènes qu'il observe; et le géomètre interroge à son tour, le physicien, pour rendre ses recherches utiles en les appliquant à l'expérience, et pour se frayer par ces applications même, de nouvelles routes dans l'analyse. Mais le principal avantage des sociétés savantes, est l'esprit philosophique qui doit nécessairement s'y introduire, et de-là, se répandre dans toute une nation, et sur tous les objets. Le savant isolé peut se livrer sans crainte, à l'esprit de systême; il n'entend que de loin, la contradiction. Mais dans une société savante, le choc des opinions systématiques finit bientôt par les détruire; et le desir de se convaincre mutuellement, établit entre les membres, la convention de n'admettre que les résultats de l'observation et du calcul. Aussi, l'expérience a prouvé que depuis l'origine de ces établissemens, la vraie philosophie s'est généralement répandue. En donnant l'exemple de tout soumettre à l'exa-

men d'une raison sévère ; ils ont fait disparaître les préjugés qui avaient régné trop long-tems dans les sciences, et que les meilleurs esprits des siècles précédens, avaient partagés. Ils ont constamment opposé au charlatanisme, une masse de connaissances, contre laquelle sont venues se briser, des erreurs accueillies avec un enthousiasme qui, dans d'autres tems, les aurait perpétuées. Enfin, c'est dans leur sein, que se sont formées ces grandes théories que leur généralité met au-dessus de la portée du vulgaire ; et qui, en se répandant par de nombreuses applications, sur la nature et sur les arts utiles, méritent d'être spécialement encouragées.

De toutes les sociétés savantes, les deux plus célèbres par le grand nombre et l'importance des découvertes dans les sciences, et en particulier dans l'astronomie, sont l'académie des sciences de Paris, et la société royale de Londres. La première fut créée en 1666 par Louis XIV, qui pressentit l'éclat que les sciences et les arts devaient répandre sur son règne. Ce monarque dignement secondé par Colbert, invita plusieurs savans étrangers, à venir se fixer dans sa capitale. Huyghens se rendit à

cette invitation flatteuse ; il publia dans le sein de l'académie dont il fut un des premiers membres, son admirable ouvrage *De horologio oscillatorio*. Il aurait sans doute, fini ses jours dans sa nouvelle patrie ; sans l'édit désastreux qui, vers la fin du dernier siècle, priva la France, de tant de citoyens utiles. Huyghens, en s'éloignant d'un pays dans lequel on proscrivait la religion de ses ancêtres, se retira à la Haye, où il était né le 15 avril 1625 ; il y mourut le 15 juin 1695.

Dominique Cassini fut pareillement attiré à Paris, par les bienfaits de Louis XIV. Pendant quarante ans d'utiles travaux, il enrichit l'astronomie, d'une foule de découvertes ; telles sont, la théorie des satellites de Jupiter, dont il détermina les mouvemens par les observations de leurs éclipses ; la découverte de quatre satellites de Saturne ; celles de la rotation de Jupiter, des bandes parallèles à son équateur, de la rotation de Mars, de la lumière zodiacale ; la connaissance fort approchée de la parallaxe du soleil ; une table des réfractions, très-exacte ; et sur-tout, la théorie complète de la libration de la lune, théorie qui n'a paru qu'après sa mort.

Le grand nombre d'académiciens astronomes d'un rare mérite, et les bornes de ce précis historique, ne me permettent pas de rendre compte de leurs travaux ; je me contenterai d'observer que l'application du télescope au quart de cercle, l'invention du micromètre et de l'héliomètre, la propagation successive de la lumière, la grandeur de la terre et de son applatissement, et la diminution de la pesanteur à l'équateur, sont autant de découvertes sorties du sein de l'académie des sciences.

L'astronomie n'est pas moins redevable à la société royale de Londres, dont l'origine est de quelques années, antérieure à celle de l'académie des sciences. Parmi les astronomes qu'elle a produits, je citerai Flamsteed, l'un des plus grands observateurs qui aient paru ; Halley illustre par des voyages entrepris pour l'avancement des sciences, par son beau travail sur les comètes, qui lui a fait découvrir le retour de la comète de 1759, et par l'idée ingénieuse d'employer les passages de Vénus sur le soleil, à la détermination de sa parallaxe. Je citerai enfin, Bradley célèbre à jamais par deux des plus belles découvertes que l'on

ait faites en astronomie, celles de l'aberration des fixes et de la nutation de l'axe de la terre.

Quand l'application du pendule aux horloges, et des lunettes au quart de cercle, eut rendu sensibles aux observateurs, les plus petits changemens dans la position des corps célestes, ils cherchèrent à déterminer la parallaxe annuelle des étoiles; car il était naturel de penser qu'une aussi grande étendue que le diamètre de l'orbe terrestre, est encore sensible à la distance de ces astres. En les observant avec soin, dans toutes les saisons de l'année; ils apperçurent de légères variarions, quelquefois favorables, mais le plus souvent contraires aux effets de la parallaxe. Pour déterminer la loi de ces variations; il fallait un instrument d'un grand rayon, et divisé avec une précision extrême. L'artiste qui l'exécuta, mérite de partager la gloire de l'astronome qui lui doit ses découvertes. Graham, fameux horloger anglais, construisit un grand secteur avec lequel Bradley reconnut en 1727, l'aberration des étoiles. Pour l'expliquer, ce grand astronome eut l'heureuse idée de combiner le mouvement de la terre, avec celui de la lumière

lumière, que Roëmer avait découvert à la fin du dernier siècle, au moyen des éclipses des satellites de Jupiter. On doit être surpris qu'aucun des savans distingués qui existaient alors, et qui connaissaient le mouvement de la lumière, n'ait fait attention aux effets très-simples qui en résultaient sur la position apparente des étoiles. Mais l'esprit humain si actif dans la formation des systêmes, a presque toujours attendu que l'observation et l'expérience lui aient fait connaître d'importantes vérités que le simple raisonnement eût pu lui découvrir. C'est ainsi que l'invention du télescope, a suivi de plus de trois siècles, celle des verres lenticulaires, et n'a même été due qu'au hasard.

En 1745, Bradley reconnut par l'observation, la nutation de l'axe terrestre. Dans toutes ces variations apparentes des étoiles, observées avec un soin extraordinaire, il n'apperçut rien qui indiquât une parallaxe sensible.

Les mesures des degrés des méridiens terrestres et du pendule, multipliées dans les diverses parties du globe, opérations dont la France a donné l'exemple, en mesurant l'arc total du méridien, qui la traverse, et en en-

voyant des académiciens au Nord et à l'équateur, pour y déterminer la grandeur de ces degrés et l'intensité de la pesanteur ; les voyages entrepris pour observer les deux passages de Vénus sur le soleil, en 1761 et 1769, et la connaissance exacte des dimensions du système solaire, fruit de ces voyages ; l'invention des lunettes achromatiques et des horloges marines ; la découverte de la planète Uranus, faite par Herschel, en 1781 ; celles de ses deux satellites, et de deux nouveaux satellites de Saturne, dues au même observateur ; enfin, toutes les théories astronomiques perfectionnées, et tous les phénomènes célestes sans exception, ramenés au principe de la pesanteur universelle ; telles sont, avec les découvertes de Bradley, les principales obligations dont l'astronomie est redevable à notre siècle qui en sera toujours avec le précédent, la plus glorieuse époque.

CHAPITRE V.

De la découverte de la pesanteur universelle.

APRÈS avoir montré par quels efforts successifs, l'esprit humain s'est élevé à la connaissance des lois des mouvemens célestes ; il me reste à faire voir comment il est parvenu à découvrir le principe général dont ces lois dépendent.

Descartes essaya le premier, de ramener à la mécanique, les mouvemens des corps célestes ; il imagina des tourbillons de matière subtile, au centre desquels il plaça ces corps ; les tourbillons des planètes entraînaient les satellites ; et le tourbillon du soleil entraînait les planètes, les satellites et leurs tourbillons divers. Les mouvemens des comètes, dirigés dans tous les sens, ont fait disparaître ces tourbillons, comme ils avaient anéanti les cieux solides, et tout l'appareil des cercles imaginés par les anciens astronomes. Ainsi, Descartes ne fut pas plus heureux dans la mé-

canique céleste, que Ptolémée dans l'astronomie ; mais leurs travaux n'ont point été inutiles aux sciences. Ptolémée nous a transmis à travers quatorze siècles d'ignorance, le petit nombre de vérités astronomiques, que les anciens avaient découvertes. Descartes venu dans un tems où tous les esprits éprouvaient une fermentation qu'il avait encore augmentée, et substituant aux vieilles erreurs, des erreurs plus séduisantes, soutenues de l'autorité de ses découvertes géométriques ; a détruit l'empire d'aristote et de Ptolémée, qu'une philosophie plus sage eût difficilement ébranlé. Mais en posant en principe, qu'il fallait commencer par douter de tout ; il nous a lui-même avertis de soumettre ses opinions, à un examen sévère ; et son système n'a pas résisté longtems, au choc des vérités nouvelles qui lui étaient contraires.

Il était réservé à Newton, de nous faire connaître le principe général des mouvemens célestes. La nature, en le douant d'un profond génie, prit encore soin de le placer à l'époque la plus favorable. La géométrie de l'infini commençait à percer de toutes parts ; Wallis, Wren et Huyghens venaient de dé-

couvrir les lois du mouvement ; les découvertes d'Huyghens sur les développées et sur la force centrifuge, conduisaient naturellement à la théorie du mouvement dans les courbes ; Kepler avait déterminé celles que décrivent les planètes, et entrevu la gravitation universelle ; enfin, Hook avait très-bien vu que leurs mouvemens sont le résultat d'une force de projection, combinée avec la force attractive du soleil. La mécanique céleste n'attendait ainsi pour éclore, qu'un homme de génie qui en généralisant ces découvertes, sut en tirer la loi de la pesanteur ; c'est ce que Newton exécuta dans son immortel ouvrage des principes mathématiques de la philosophie naturelle.

Cet homme célèbre à tant de titres, naquit à Woolstrop en Angleterre, sur la fin de 1642, l'année même de la mort de Galilée. Ses premières études en mathématiques, annoncèrent ce qu'il serait un jour ; une lecture rapide des livres élémentaires, lui suffit pour les entendre ; il parcourut ensuite, la géométrie de Descartes, l'optique de Kepler et l'arithmétique des infinis de Wallis ; et s'élévant bientôt à des inventions nouvelles, il fut avant l'âge de vingt-

sept ans, en possession de son calcul des fluxions, et de sa théorie de la lumière. Jaloux de son repos, et redoutant les querelles littéraires qu'il eut, peut-être, mieux évitées, en publiant plutôt ses découvertes; il ne se pressa point de les mettre au jour. Le docteur Barrow dont il fut le disciple et l'ami, se démit en sa faveur, de la place de professeur de mathématiques dans l'université de Cambridge. Ce fut pendant qu'il la remplissait, que cédant aux instances de la société royale de Londres, et aux sollicitations de Halley, il publia son ouvrage des principes. L'université dont il était membre, le choisit pour son représentant, dans le parlement de convention de 1788; il la représenta encore, dans le parlement convoqué en 1701. Il fut nommé directeur de la monnoie, et créé chevalier par la reine Anne; élu en 1703, président de la société royale, il le fut sans interruption jusqu'à sa mort arrivée en 1727. Enfin, il jouit de la plus haute considération pendant sa longue vie; et sa nation dont il avait fait la gloire, lui décerna les honneurs funèbres les plus distingués.

En 1666, Newton retiré à la campagne, dirigea pour la première fois, ses réflexions

vers le systême du monde. La chûte des corps, à très-peu près la même au sommet des plus hautes montagnes, comme à la surface de la terre, lui fit conjecturer que la pesanteur s'étend jusqu'à la lune ; et qu'en se combinant avec le mouvement de projection de ce satellite, elle lui fait décrire un orbe elliptique, autour de la terre. Pour vérifier cette conjecture, il fallait connaître la loi de diminution de la pesanteur. Newton considéra que si la pesanteur terrestre retient la lune dans son orbite, les planètes doivent être pareillement retenues dans leurs orbes, par leur pesanteur vers le soleil ; or il résulte du rapport entre les quarrés des tems des révolutions des planètes, et les cubes des grands axes de leurs orbes, que leur force centrifuge, et par conséquent, leur tendance vers le soleil, diminue en raison du quarré de leurs distances à cet astre ; Newton transporta donc à la terre, cette loi de diminution de la pesanteur. En partant des expériences sur la chûte des graves, il détermina la hauteur dont la lune abandonnée à elle-même, descendrait vers la terre, dans un court intervalle de tems. Cette hauteur est le sinus verse de l'arc qu'elle décrit dans le

même intervalle, sinus que la parallaxe lunaire donne en parties du rayon terrestre ; ainsi, pour comparer à l'observation, la loi de la pesanteur réciproque au quarré des distances, il était nécessaire de connaître la grandeur de ce rayon. Mais Newton n'ayant alors, qu'une mesure fautive du méridien terrestre, parvint à un résultat différent de celui qu'il attendait ; et soupçonnant que des forces inconnues se joignaient à la pesanteur de la lune, il abandonna ses premières idées. Quelques années après, une lettre du docteur Hook lui fit rechercher la nature de la courbe décrite par les projectiles, autour du centre de la terre. Picard venait de mesurer en France, un degré du méridien ; Newton reconnut au moyen de cette mesure, que la lune était retenue dans son orbite, par le seul pouvoir de la gravité supposée réciproque au quarré des distances. D'après cette loi, il trouva que la ligne décrite par les corps, dans leur chûte, est une ellipse dont le centre de la terre occupe un des foyers ; en considérant ensuite que les orbes des planètes sont pareillement des ellipses au foyer desquelles est placé le centre du soleil ; il eut la satisfaction de voir que sa

solution qu'il avait entreprise par curiosité, s'appliquait aux plus grands objets de la nature. Il rédigea plusieurs propositions relatives au mouvement elliptique des planètes ; et le docteur Halley l'ayant engagé à les publier, il composa son grand ouvrage des principes, qui parut en 1687. Ces détails que nous tenons de Pemberton contemporain et ami de Newton, prouvent que ce grand géomètre avait trouvé en 1666, les principaux théorèmes sur la force centrifuge, qu'Huyghens ne publia que six ans après, à la fin de l'ouvrage *de horologio oscillatorio*. Il est très-croyable en effet, que l'auteur de la méthode des fluxions, qui paraît avoir été dès lors, en possession de cette méthode, a facilement découvert ces théorêmes.

Newton était parvenu à la loi de diminution de la pesanteur, au moyen du rapport entre les quarrés des tems des révolutions des planètes, et les cubes des grands axes de leurs orbes supposés circulaires : il démontra que ce rapport a généralement lieu dans les orbes elliptiques, et qu'il indique une égale pesanteur des planètes vers le soleil, en les supposant à la même distance de son centre. La même égalité de pesanteur vers la planète principale, existe

dans tous les systêmes de satellites ; et Newton la vérifia sur les corps terrestres, par des expériences très-précises.

En généralisant ensuite ces recherches, ce grand géomètre fit voir qu'un projectile peut se mouvoir dans une section conique quelconque, en vertu d'une force dirigée vers son foyer, et réciproque au quarré des distances ; il développa les diverses propriétés du mouvement dans ce genre de courbes ; il détermina les conditions nécessaires pour que la section soit un cercle, une ellipse, une parabole ou une hyperbole, conditions qui ne dépendent que de la vîtesse et de la position primitive du corps. Quelque soient, cette vîtesse, cette position et la direction initiale du mouvement ; Newton assigna une section conique que le corps peut décrire, et dans laquelle il doit conséquemment, se mouvoir ; ce qui répond au reproche que lui fit Jean Bernoulli, de n'avoir point démontré que les sections coniques sont les seules courbes que puisse décrire un corps sollicité par une force réciproque au quarré des distances. Ces recherches appliquées au mouvement des comètes, lui

firent connaître que ces astres se meuvent autour du soleil, suivant les mêmes lois que les planètes, avec la seule différence que leurs ellipses sont très-allongées; et il donna les moyens de déterminer par les observations, les élémens de ces ellipses.

En considérant que les satellites se meuvent autour de leurs planètes, à fort peu près comme si ces planètes étaient immobiles; Newton reconnut qu'elles obéissent à la même pesanteur vers cet astre. L'égalité de l'action et de la réaction ne lui permit point de douter que le soleil pèse vers les planètes, et celles-ci vers leurs satellites; et même, que la terre est attirée par tous les corps qui pèsent sur elle. Il étendit ensuite par analogie, cette propriété, à toutes les parties des corps célestes; et il établit en principe, que *chaque molécule de matière attire tous les corps, en raison de sa masse, et réciproquement au quarré de sa distance au corps attiré.*

Parvenu à ce principe, Newton en vit découler les grands phénomènes du système du monde. En envisageant la pesanteur à la surface des corps célestes, comme la résultante

des attractions de toutes leurs molécules ; il parvint à ces vérités remarquables, savoir : que la force attractive d'un corps ou d'une couche sphérique, sur un point placé au-dehors, est la même que si sa masse était réunie à son centre ; et qu'un point placé au-dedans d'une couche sphérique, et généralement d'une couche terminée par deux surfaces elliptiques semblables et semblablement placées, est également attiré de toutes parts. Il prouva que le mouvement de rotation de la terre, a dû l'applatir à ses pôles ; et il détermina les lois de la variation des degrés et de la pesanteur, en la supposant homogène. Il vit que l'action du soleil et de la lune sur le sphéroïde terrestre, doit produire un mouvement dans son axe de rotation, faire rétrograder les équinoxes, soulever les eaux de l'océan, et entretenir dans cette grande masse fluide, les oscillations que l'on y observe sous le nom de *flux et reflux de la mer*. Enfin, il s'assura que les inégalités du mouvement de la lune, sont dues aux actions combinées du soleil et de la terre, sur ce satellite. Mais à l'exception de ce qui concerne le mouvement elliptique des planètes et des comètes, et l'attraction des corps sphériques ;

toutes ces découvertes n'ont été qu'ébauchées par Newton. Sa théorie de la figure des planètes, est limitée par la supposition de leur homogènéité. Sa solution du problême de la précession des équinoxes, quoique fort ingénieuse, et malgré l'accord apparent de son résultat avec les observations, est défectueuse à plusieurs égards. Dans le grand nombre des perturbations des mouvemens célestes, il n'a considéré que celles du mouvement lunaire dont la plus considérable, l'évection a échappé à ses recherches. Il a parfaitement établi l'existence du principe qu'il a découvert ; mais le développement de ses conséquences et de ses avantages, a été l'ouvrage des successeurs de ce grand géomètre. L'imperfection dans laquelle le calcul de l'infini devait être entre les mains de son inventeur, ne lui a pas permis de résoudre complètement, les problêmes difficiles qu'offre la théorie du systême du monde ; et il a été souvent forcé de ne donner que des apperçus toujours incertains, jusqu'à ce qu'ils soient vérifiés par un calcul rigoureux. Malgré ces défauts inévitables ; l'importance et la généralité des découvertes ; un grand nombre de vues originales et profondes qui ont été le

germe des plus brillantes théories des géomètres de ce siècle ; tout cela présenté avec beaucoup d'élégance, assure à l'ouvrage des principes mathématiques de la philosophie naturelle, la prééminence sur les autres productions de l'esprit humain.

Cet ouvrage, et le traité non moins original du même auteur sur l'optique, ont encore le mérite d'être les meilleurs modèles que l'on puisse se proposer dans les sciences. On y voit les plus heureuses applications de la méthode qui consiste à s'élever par une suite d'inductions, des principaux phénomènes aux causes, et à redescendre ensuite de ces causes, à tous les détails des phénomènes.

Les lois générales sont empreintes dans tous les cas particuliers ; mais elles y sont compliquées de tant de circonstances étrangères, que la plus grande adresse est souvent nécessaire, pour les faire ressortir. Il faut choisir ou faire naître les phénomènes les plus propres à cet objet ; les multiplier pour en varier les circonstances, et observer ce qu'ils ont de commun entr'eux. Ainsi, l'on s'élève successivement à des rapports de plus en plus étendus, et l'on parvient enfin aux lois générales que l'on vérifie, soit

par des preuves ou par des expériences directes ; lorsque cela est possible, soit en examinant si elles satisfont à tous les phénomènes connus.

Telle est la méthode la plus sûre qui puisse nous guider dans la recherche de la vérité. Aucun philosophe n'a été plus que Newton, fidèle à cette méthode. Elle l'a conduit à ses découvertes dans l'analyse, comme elle l'a fait parvenir au principe de la pesanteur universelle, et aux propriétés de la lumière. Les savans anglois contemporains de Newton, l'adoptèrent à son exemple ; et elle fut la base d'un grand nombre d'excellens ouvrages qui parurent alors. Les philosophes de l'antiquité, suivant une route contraire, et se plaçant à la source de tout, imaginèrent des causes générales pour tout expliquer. Leur méthode qui n'avait enfanté que de vains systèmes, n'eut pas plus de succès entre les mains de Descartes. Au tems de Newton, Leibnits, Mallebranche et d'autres philosophes l'employèrent avec aussi peu d'avantage. Enfin, l'inutilité des hypothèses qu'elle a fait imaginer, et les progrès dont les sciences sont redevables à la méthode des inductions, ont ramené les

bons esprits, à cette dernière méthode que le chancelier Bacon avait établie avec toute la force de la raison et de l'éloquence, et que Newton a plus fortement encore, recommandée par ses découvertes.

C'est au moyen de la synthèse, que ce grand géomètre a exposé sa théorie du systême du monde. Il paraît cependant qu'il avait trouvé la plûpart de ses théorêmes, par l'analyse dont il a considérablement reculé les limites ; mais sa prédilection pour la synthèse, et sa grande estime pour la géométrie des anciens, lui firent traduire sous une forme synthétique, ces théorêmes, et sa méthode même des fluxions. On doit regretter qu'il n'ait pas suivi dans leur exposition, la route par laquelle il y était parvenu ; et qu'il ait supprimé les démonstrations de plusieurs résultats tels que l'équation du solide de la moindre résistance ; préférant le plaisir de se faire deviner, à celui d'éclairer ses lecteurs. La connaissance de la méthode qui a guidé l'homme de génie, n'est pas moins utile au progrès des sciences, et même à sa propre gloire, que ses découvertes ; et le principal avantage qu'a produit la fameuse dispute élevée entre Leibnits et Newton, touchant

touchant l'invention du calcul infinitésimal, a été de faire connaître la marche de ces deux grands hommes, dans leurs premiers travaux analytiques.

La préférence marquée de Newton pour la synthèse, peut s'expliquer par l'élégance et la facilité avec laquelle il a pu lier ses recherches sur le mouvement des corps dans les sections coniques, aux recherches des anciens géomètres sur la nature de ces courbes. La synthèse géométrique a d'ailleurs, l'avantage de ne faire jamais perdre de vue son objet, et d'éclairer la route entière qui conduit des premiers axiomes, à leurs dernières conséquences ; au lieu que l'analyse nous fait bientôt oublier l'objet principal, pour nous occuper de combinaisons abstraites ; et ce n'est qu'à la fin, qu'elle nous y ramène. Mais en s'isolant ainsi des objets, après en avoir pris ce qui est indispensable pour arriver au résultat que l'on cherche ; en s'abandonnant ensuite aux opérations de l'analyse, et réservant toutes ses forces pour vaincre les difficultés qui se présentent ; on est conduit par la puissance et par la généralité de cette méthode, à des résultats souvent inaccessibles à la synthèse.

La théorie du système du monde, offre un grand nombre d'exemples de ces avantages de l'analyse à laquelle cette théorie doit une perfection qu'elle n'eut jamais atteint, si l'on se fût obstiné à suivre la route tracée par Newton. Telle est la fécondité de l'analyse, qu'il suffit de traduire dans cette langue universelle, les vérités particulières ; pour voir sortir de leurs seules expressions, une foule de vérités nouvelles et inatendues. Aucune langue n'est autant susceptible de ce genre d'élégance, qui consiste dans le développement d'une longue suite d'expressions enchaînées les unes aux autres, et découlant toutes, d'une même expression fondamentale. L'analyse réunit encore à ces avantages, celui de pouvoir toujours conduire aux méthodes les plus simples ; il ne s'agit que de l'appliquer d'une manière convenable, par un choix avantageux des inconnues, et en donnant aux résultats, la forme la plus facile à construire géométriquement, ou à réduire en calcul numérique. Aussi les géomètres de ce siècle, convaincus de sa supériorité, se sont principalement appliqués à étendre son domaine, et à reculer ses bornes.

Cependant, les considérations géométriques ne doivent point être abandonnées. Elles sont de la plus grande utilité dans les arts. D'ailleurs, il est curieux de se figurer dans l'espace, les divers résultats de l'analyse; et réciproquement, de lire toutes les affections des lignes et des surfaces, et toutes les variations du mouvement des corps, dans les equations qui les expriment. Ce rapprochement de la géométrie et de l'analyse, répand un nouveau jour sur ces deux sciences; les opérations intellectuelles de celle-ci, rendues sensibles par les images de la première, sont plus faciles à saisir, plus interessantes à suivre; et quand l'observation réalise ces images, et transforme les resultats géométriques, en lois de la nature; quand ces lois, en embrassant l'univers, devoilent à nos yeux, ses états passés et à venir; la vue de ce sublime spectacle, nous fait éprouver le plus noble des plaisirs réservés à la nature humaine.

Environ cinquante ans s'écoulèrent depuis la découverte de la pesanteur, sans que l'on y ajoutât rien de remarquable; il fallut tout ce tems à cette grande vérité, pour être généralement comprise, et pour surmonter les obstacles que lui opposait le système des tour-

billons, et peut-être encore, l'amour propre des géomètres contemporains de Newton. Mais ensuite, leurs successeurs ayant eu l'heureuse idée d'appliquer l'analyse aux mouvemens célestes, et de les ramener à des équations différentielles qu'ils ont intégrées rigoureusement, ou par des approximations convergentes; ils sont parvenus à expliquer par la loi de la pesanteur, tous les phénomènes connus du systême du monde, et à donner ainsi, aux théories et aux tables astronomiques, une précision inesperée. Il a été nécessaire pour cet objet, de perfectionner à la fois, la mécanique, l'optique, et l'analyse infinitésimale, qui sont principalement redevables de leurs progrès, aux besoins de la physique céleste. On pourra lui donner encore plus d'exactitude et de simplicité; mais la postérité verra sans doute avec reconnaissance, que les géomètres de ce siècle ne lui auront transmis aucun phénomène astronomique, dont ils n'ayent déterminé la cause et les lois. On doit à la France, la justice d'observer que si l'Angleterre a eu l'avantage de donner naissance à la découverte de la pesanteur universelle; c'est principalement aux géomètres français, et aux encouragemens donnés

par l'académie des sciences, que sont dus les nombreux développemens de cette découverte, et la révolution qu'elle a produite dans l'astronomie.

CHAPITRE VI.

Considérations sur le Système du monde, et sur les progrès futurs de l'astronomie.

ARRÊTONS présentement nos regards sur la disposition du système solaire, et sur ses rapports avec les étoiles. Le globe immense du soleil foyer de ses mouvemens, tourne en vingt-cinq jours et demi sur lui-même; sa surface est recouverte d'un Océan de matière lumineuse, dont les vives effervescences forment des taches variables, souvent très-nombreuses, et quelquefois plus larges que la terre. Au-dessus de cet Océan, s'élève une vaste atmosphère; c'est au-delà que les planètes avec leurs satellites, se meuvent dans des orbes presque

circulaires, et sur des plans peu inclinés à l'équateur solaire. D'innombrables comètes, après s'être approchées du soleil, s'en éloignent à des distances qui prouvent que son empire s'étend beaucoup plus loin que les limites connues du système planétaire. Non seulement cet astre agit par son attraction sur tous ces globes, en les forçant à se mouvoir autour de lui ; mais il répand sur eux, sa lumière et sa chaleur. Son action bienfaisante fait éclore les animaux et les plantes qui couvrent la surface de la terre, et l'analogie nous porte à croire qu'elle produit de semblables effets sur les planètes ; car il n'est pas naturel de penser que la matière dont nous voyons la fécondité se développer en tant de façons, est stérile sur une aussi grosse planète que Jupiter qui, comme le globe terrestre, a ses jours, ses nuits et ses années, et sur lequel les observations indiquent des changemens qui supposent des forces très-actives. L'homme fait pour la température dont il jouit sur la terre, ne pourrait pas, selon toute apparence, vivre sur les autres planètes ; mais ne doit-il pas y avoir une infinité d'organisations relatives aux diverses températures des globes de cet univers? Si la seule différence des élémens et des climats, met

les rapports qui doivent exister entre les forces dont le fluide est animé, pour la possibilité de l'équilibre ; leur intégration donnera la pression que chaque molécule fluide éprouve, et cette pression déterminera son ressort et sa densité, si le fluide est élastique et compressible.

CHAPITRE V.

Du mouvement d'un système de corps.

CONSIDÉRONS d'abord l'action de deux points matériels de masses différentes, et qui mûs sur une même droite, viennent à se rencontrer. On peut concevoir immédiatement avant le choc, leurs vîtesses décomposées de manière qu'ils aient une vîtesse commune, et deux vîtesses contraires telles qu'en vertu de ces seules vîtesses, ils se feraient mutuellement équilibre. La vîtesse commune aux deux points, n'est pas altérée par leur action mu-

tuelle ; cette vîtesse doit donc subsister seule après le choc. Pour la déterminer, nous observerons que la quantité de mouvement des deux points, en vertu de cette commune vîtesse, plus la somme des quantités de mouvement dues aux vîtesses détruites, représente la somme des quantités de mouvement avant le choc, pourvu que l'on prenne en sens contraire, les quantités de mouvement dues aux vîtesses contraires ; mais par la condition de l'équilibre, la somme des quantités de mouvement dues aux vîtesses détruites, est nulle ; la quantité de mouvement relative à la vîtesse commune, est donc égale à celle qui existait primitivement dans les deux points ; et par conséquent, cette vîtesse est égale à la somme des quantités de mouvement, divisée par la somme des masses.

Quand les points sont parfaitement élastiques ; il faut, pour avoir leur vîtesse après le choc, ajouter ou retrancher de la vîtesse commune qu'ils prendraient s'ils étaient sans ressort, la vîtesse qu'ils acquerreraient ou perdraient dans cette hypothèse ; car l'élasticité parfaite double ces effets, par le rétablissement des ressorts que le choc comprime ; on aura

donc la vîtesse de chaque point après le choc ; en retranchant sa vîtesse avant le choc, du double de cette vîtesse commune.

De-là il est aisé de conclure que la somme des produits de chaque masse, par le quarré de sa vîtesse, est la même avant et après le choc des deux points ; ce qui a lieu généralement dans le choc d'un nombre quelconque de corps parfaitement élastiques, de quelque manière qu'ils agissent les uns sur les autres.

Le choc de deux points matériels, est purement idéal ; mais il est facile d'y ramener celui du choc de deux corps quelconques, en observant que si ces corps se choquent suivant une droite passant par leurs centres de gravité, et perpendiculaire à leur surface de contact, ils agissent l'un sur l'autre, comme si leurs masses étaient réunies à ces centres ; le mouvement se communique donc alors entr'eux, comme entre deux points matériels dont les masses seraient respectivement égales à ces corps.

Telles sont les lois de la communication du mouvement, lois que l'expérience confirme, et qui dérivent mathématiquement des deux lois fondamentales du mouvement que nous avons exposées dans le chapitre second de ce

livre. Plusieurs philosophes ont essayé de les déterminer par la considération des causes finales. Descartes persuadé que la quantité de mouvement devait se conserver toujours la même, dans l'univers, a déduit de cette fausse hypothèse, de fausses lois de la communication du mouvement, qui sont un exemple des erreurs auxquelles on s'expose en cherchant à deviner les lois de la nature, par les vues qu'on lui suppose.

Lorsqu'un corps reçoit une impulsion suivant une direction qui passe par son centre de gravité, toutes ses parties se meuvent avec une égale vîtesse. Si cette direction passe à côté de ce point; les diverses parties du corps ont des vîtesses inégales, et de cette inégalité de vîtesses, il résulte un mouvement de rotation du corps autour de son centre de gravité, en même-tems que ce centre est transporté avec la vîtesse qu'il aurait prise, si la direction de l'impulsion eût passé par ce point. Ce cas est celui de la terre et des planètes. Ainsi, pour expliquer le double mouvement de rotation et de translation de la terre; il suffit de supposer qu'elle a reçu primitivement une impulsion dont la direction a passé à une petite distance

globes plus ou moins grands, et plus ou moins éloignés de cet astre. Ces globes sont les planètes et les satellites qui, par leur refroidissement, sont devenus opaques et solides.

Cette hypothèse satisfait au premier des cinq phénomènes précédens ; car il est clair que tous les corps ainsi formés, doivent se mouvoir à-peu-près dans le plan qui passait par le centre du soleil, et par la direction du torrent de matière qui les a produits. Les quatre autres phénomènes me paraissent inexplicables par son moyen. A la vérité, le mouvement absolu des molécules d'une planète, doit être alors dirigé dans le sens du mouvement de son centre de gravité ; mais il ne s'ensuit point que le mouvement de rotation de la planète, soit dirigé dans le même sens ; ainsi, la terre pourrait tourner d'orient en occident, et cependant, le mouvement absolu de chacune de ses molécules serait dirigé d'occident en orient. Ce que je dis du mouvement de rotation des planètes, s'applique au mouvement de révolution des satellites, dont la direction, dans l'hypothèse dont il s'agit, n'est pas nécessairement la même que celle du mouvement de projection des planètes.

Le peu d'excentricité des orbes planétaires est non-seulement très-difficile à expliquer dans cette hypothèse; mais ce phénomène lui est contraire. On sait par la théorie des forces centrales, que si un corps mu dans un orbe rentrant autour du soleil, rase la surface de cet astre, il y reviendra constamment à chacune de ses révolutions; d'où il suit que si les planètes avaient été primitivement détachées du soleil, elles le toucheraient à chaque révolution, et leurs orbes, loin d'être circulaires, seraient fort excentriques. Il est vrai qu'un torrent de matière, chassé du soleil, ne peut pas être exactement comparé à un globe qui rase sa surface; l'impulsion que les parties de ce torrent, reçoivent les unes des autres, et l'attraction réciproque qu'elles exercent entre elles, peut, en changeant la direction de leurs mouvemens, éloigner leurs périhélies, du soleil. Mais leurs orbes devraient toujours être fort excentriques, ou du moins, il faudrait le hasard le plus extraordinaire, pour leur donner d'aussi petites excentricités que celles des orbes planétaires. Enfin, on ne voit pas dans l'hypothèse de Buffon, pourquoi les orbes d'environ quatre-vingt comètes déjà observées, sont tous fort

allongés. Cette hypothèse est donc très-éloignée de satisfaire aux phénomènes précédens. Voyons s'il est possible de s'élever à leur véritable cause.

Quelle que soit sa nature ; puisqu'elle a produit ou dirigé les mouvemens des planètes et des satellites, il faut qu'elle ait embrassé tous ces corps ; et vu la distance prodigieuse qui les sépare, elle ne peut avoir été qu'un fluide d'une immense étendue. Pour leur avoir donné dans le même sens, un mouvement presque circulaire autour du soleil ; il faut que ce fluide ait environné cet astre, comme une atmosphère. La considération des mouvemens planétaires nous conduit donc à penser qu'en vertu d'une chaleur excessive, l'atmosphère du soleil s'est primitivement étendue au-delà des orbes de toutes les planètes, et qu'elle s'est resserrée successivement, jusqu'à ses limites actuelles ; ce qui peut avoir eu lieu par des causes semblables à celle qui fit briller du plus vif éclat, pendant plusieurs mois, la fameuse étoile que l'on vit tout-à-coup, en 1572, dans la constellation de Cassiopée.

La grande excentricité des orbes des comètes, conduit au même résultat. Elle indique évidem-

ment, la disparition d'un grand nombre d'orbes moins excentriques ; ce qui suppose autour du soleil, une atmosphère qui s'est étendue au-delà du périhélie des comètes observables, et qui, en détruisant les mouvemens de celles qui l'ont traversée pendant la durée de sa grande étendue, les a réunis au soleil. Alors, on voit qu'il ne doit exister présentement, que les comètes qui étaient au-delà, dans cet intervalle; et comme nous ne pouvons observer que celles qui approchent assez près du soleil, dans leur périhélie ; leurs orbes doivent être fort excentriques. Mais, en même-tems, on voit que leurs inclinaisons doivent offrir les mêmes inégalités, que si ces corps ont été lancés au hasard; puisque l'atmosphère solaire n'a point influé sur leurs mouvemens. Ainsi, la longue durée des révolutions des comètes, la grande excentricité de leurs orbes, et la variété de leurs inclinaisons, s'expliquent très-naturellement, au moyen de cette atmosphère.

Mais comment a-t-elle déterminé les mouvemens de révolution et de rotation des planètes ? Si ces corps avaient pénétré dans ce fluide, sa résistance les aurait fait tomber sur

le soleil ; on peut donc conjecturer qu'ils ont été formés aux limites successives de cette atmosphère, par la condensation des zônes qu'elle a dû abandonner dans le plan de son équateur, en se refroidissant et en se condensant à la surface de cet astre ; comme on l'a vû dans le livre précédent. On peut conjecturer encore que les satellites ont été formés d'une manière semblable, par les atmosphères des planètes. Les cinq phénomenes exposés ci-dessus, découlent naturellement de ces hypothèses auxquelles les anneaux de Saturne ajoutent un nouveau degré de vraisemblance.

Quoiqu'il en soit de cette origine du systême planétaire, que je présente avec la défiance que doit inspirer tout ce qui n'est point un résultat de l'observation ou du calcul ; il est certain que ses élémens sont ordonnés de manière qu'il doit jouir de la plus grande stabilité, si des causes étrangères ne viennent point la troubler. Par cela seul que les mouvemens des planètes et des satellites sont presque circulaires, et dirigés dans le même sens et dans des plans peu différens ; ce systême ne fait qu'osciller autour d'un état moyen, dont il ne

s'écarte jamais que de quantités très-petites ; les moyens mouvemens de rotation et de révolution de ses différens corps, sont uniformes, et leurs distances moyennes aux foyers des forces principales qui les animent, sont constantes. Il semble que la nature ait tout disposé dans le ciel, pour assurer la durée de ce systême, par des vues semblables à celles qu'elle nous paraît suivre si admirablement sur la terre, pour la conservation des individus et la perpétuité des espèces.

Portons maintenant, nos regards au-delà du systême solaire. D'innombrables soleils qui peuvent être les foyers d'autant de systêmes planétaires, sont répandus dans l'immensité de l'espace, et à un éloignement de la terre, tel que le diamètre entier de l'orbe terrestre, vû de leur centre, est insensible. Plusieurs étoiles éprouvent dans leur couleur et dans leur clarté, des variations périodiques très-remarquables ; il en est d'autres qui ont parû tout-à-coup, et qui ont disparu après avoir, pendant quelque tems, répandu une vive lumière. Quels prodigieux changemens ont dû s'opérer à la surface de ces grands corps, pour être

aussi

aussi sensibles à la distance qui nous en sépare ; et combien ils doivent surpasser ceux que nous observons à la surface du soleil ? Tous ces corps devenus invisibles, sont à la même place où ils ont été observés, puisqu'ils n'en ont point changé, durant leur apparition ; il existe donc dans les espaces célestes, des corps obscurs aussi considérables, et peut être en aussi grand nombre, que les étoiles. Un astre lumineux de même densité que la terre, et dont le diamètre serait deux cents cinquante fois plus grand que celui du soleil, ne laisserait en vertu de son attraction, parvenir aucun de ses rayons jusqu'à nous ; il est donc possible que les plus grands corps lumineux de l'univers, soient par cela même, invisibles. Une étoile qui, sans être de cette grandeur, surpasserait considérablement le soleil ; affaiblirait sensiblement la vîtesse de la lumière, et augmenterait ainsi l'étendue de son aberration. Cette différence dans l'aberration des étoiles ; un catalogue de celles qui ne font que paraître, et leur position observée au moment de leur éclat passager ; la détermination de toutes les étoiles changeantes,

et des variations périodiques de leur lumiére; enfin les mouvemens propres de tous ces grands corps qui, obéissant à leur attraction mutuelle, et probablement à des impulsions primitives, décrivent des orbes immenses; tels seront, relativement aux étoiles, les principaux objets de l'astronomie future.

Il paraît que ces astres, loin d'être disséminés à des distances à-peu-près égales, dans l'espace; sont rassemblés en divers grouppes formés chacun, de plusieurs milliards d'étoiles. Notre soleil et les plus brillantes étoiles font probablement, partie d'un de ces grouppes, qui vû du point où nous sommes, semble entourer le ciel, et forme la voie lactée. Le grand nombre d'étoiles que l'on voit à-la-fois, dans le champ d'un grand télescope dirigé vers cette voie, nous prouve son immense profondeur qui surpasse mille fois, la distance de Sirius à la terre. En s'en éloignant, elle finirait par offrir l'apparence d'une lumière blanche et continue, d'un petit diamètre; car alors, l'irradiation qui subsiste, même dans les plus forts télescopes, couvrirait et ferait disparaître les intervalles des étoiles; il est

donc vraisemblable que les nébuleuses sans étoiles, sont des grouppes d'étoiles, vus de très-loin, et dont il suffirait de s'approcher, pour qu'ils présentassent des apparences semblables à la voie lactée. Les distances mutuelles des étoiles qui forment chaque grouppe, sont au moins, cent mille fois plus grandes que la distance du soleil à la terre ; ainsi l'on peut juger de la prodigieuse étendue de ces grouppes, par la multitude d'étoiles que l'on apperçoit dans la voie lactée. Si l'on réfléchit ensuite, au peu de largeur et au grand nombre des nébuleuses qui sont séparées les unes des autres, par un intervalle incomparablement plus grand que la distance mutuelle des étoiles dont elles sont formées ; l'imagination étonnée de l'immensité de l'univers, aura peine à lui concevoir des bornes.

De ces considérations fondées sur les observations télescopiques, il résulte que les nébuleuses qui paraissent assez bien terminées, pour que l'on puisse déterminer leurs centres avec précision, sont par rapport à nous, les objets célestes les plus fixes, et ceux auxquels il convient de rapporter la position de tous

les astres. Il en résulte encore, que les mouvemens des corps de notre système solaire, sont très-composés. La lune décrit un orbe presque circulaire autour de la terre ; mais vue du soleil, elle décrit une suite d'épicicloïdes dont les centres sont sur la circonférence de l'orbe terrestre. Pareillement, la terre décrit une suite d'épicicloïdes dont les centres sont sur la courbe que le soleil décrit autour du centre de gravité de notre nébuleuse ; enfin, le soleil décrit lui-même, une suite d'épicicloïdes dont les centres sont sur la courbe décrite par le centre de gravité de notre nébuleuse, autour de celui de l'univers. L'astronomie a déjà fait un grand pas, en nous faisant connaître le mouvement de la terre, et la suite des épicicloïdes que la lune et les satellites décrivent sur les orbes des planètes. Il reste à déterminer l'orbe du soleil, et celui du centre de gravité de sa nébuleuse, Mais s'il a fallu des siècles, pour connaître les mouvemens du système planétaire ; quelle durée prodigieuse exige la détermination des mouvemens du soleil et des étoiles? Les observations commencent à les faire appercevoir ; on a essayé de les expliquer par le seul dé-

placement du soleil, que paraît indiquer son mouvement de rotation. Plusieurs observations sont assez bien représentées, en supposant le systême solaire, emporté vers la constellation d'Hercule ; d'autres observations semblent prouver que ces mouvemens apparens des étoiles, sont une combinaison de leurs mouvemens réels, avec celui du soleil. Le tems découvrira sur cet objet, des vérités curieuses et importantes.

Il reste encore à faire sur notre propre systême, de nombreuses découvertes. La planète Uranus et ses satellites, nouvellement reconnus, donnent lieu de soupçonner l'existence de quelques planètes jusqu'ici non-observées. On n'est point encore parvenu à déterminer les mouvemens de rotation, et l'applatissement de plusieurs planètes, et de la plûpart des satellites ; on ne connaît pas avec une précision suffisante, les masses de tous ces corps. La théorie de leurs mouvemens, est une suite d'approximations dont la convergence dépend à-la-fois, de la perfection des instrumens, et du progrès de l'analyse ; et qui par-là, doit acquérir de jour en jour, de nouveaux degrés

d'exactitude. On déterminera par des mesures précises et multipliées, les inégalités de la figure de la terre, et la variation de la pesanteur, à sa surface. Le retour des comètes déjà observées ; les nouvelles comètes qui paraîtront ; l'apparition de celles qui, mues dans des orbes hyberboliques, peuvent errer de système en système ; les perturbations que tous ces astres éprouvent, et qui à l'approche d'une grosse planète, peuvent changer entièrement leurs orbites, comme on conjecture que cela est arrivé par l'action de Jupiter, à la comète de 1770 ; les accidens que la grande proximité et même le choc de ces corps, peuvent occasionner dans les planètes et dans les satellites ; enfin, les altérations que les mouvemens du système solaire, éprouvent de la part des étoiles ; tels sont les principaux objets que ce système offre aux recherches des astronomes et des géomètres futurs.

Vue dans son ensemble, l'astronomie est le plus beau monument de l'esprit humain, le titre le plus noble de son intelligence. Séduit par les illusions des sens et de l'amour propre, il s'est regardé pendant long-tems,

comme le centre du mouvement des astres ; et son orgueil a été puni par les vaines frayeurs qu'ils lui ont inspirées. Enfin, plusieurs siècles de travaux ont fait tomber le voile qui couvrait le systême du monde. L'homme alors, s'est vû sur une petite planète, presque imperceptible dans la vaste étendue du systême solaire qui lui-même, n'est qu'un point insensible dans l'immensité de l'espace. Les résultats sublimes auxquels cette découverte l'a conduit, sont bien propres à le consoler du peu de place qu'elle lui assigne dans l'univers. Conservons précieusement, augmentons même, le dépôt de ces hautes connaissances, les délices des êtres pensans. Elles ont rendu d'importans services, à la navigation et à la géographie ; mais leur plus grand bienfait, est d'avoir dissipé les craintes occasionnées par les phénomènes célestes extraordinaires, et détruit les erreurs nées de l'ignorance de nos vrais rapports avec la nature, erreurs d'autant plus funestes, que l'ordre social doit reposer uniquement sur ces rapports. VÉRITÉ, JUSTICE ; voilà ses lois immuables. Loin de nous, la dangereuse maxime, qu'il est quelquefois utile

de s'en écarter, et de tromper ou d'asservir les hommes, pour assurer leur bonheur. De cruelles expériences ont prouvé dans tous les tems, que ces lois sacrées ne sont jamais impunément enfreintes.



Fin du second et dernier volume.

TABLE

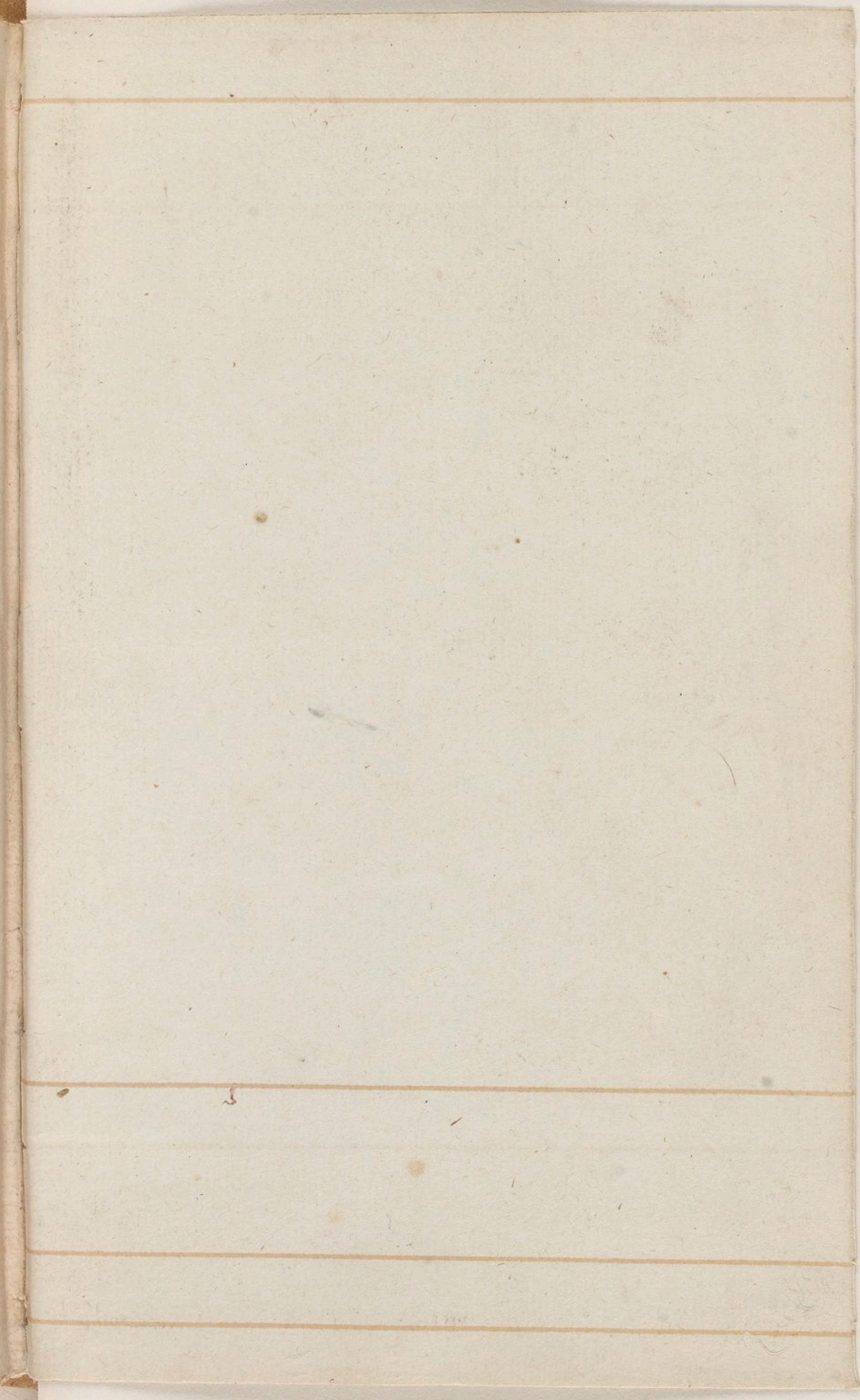
DES MATIÈRES

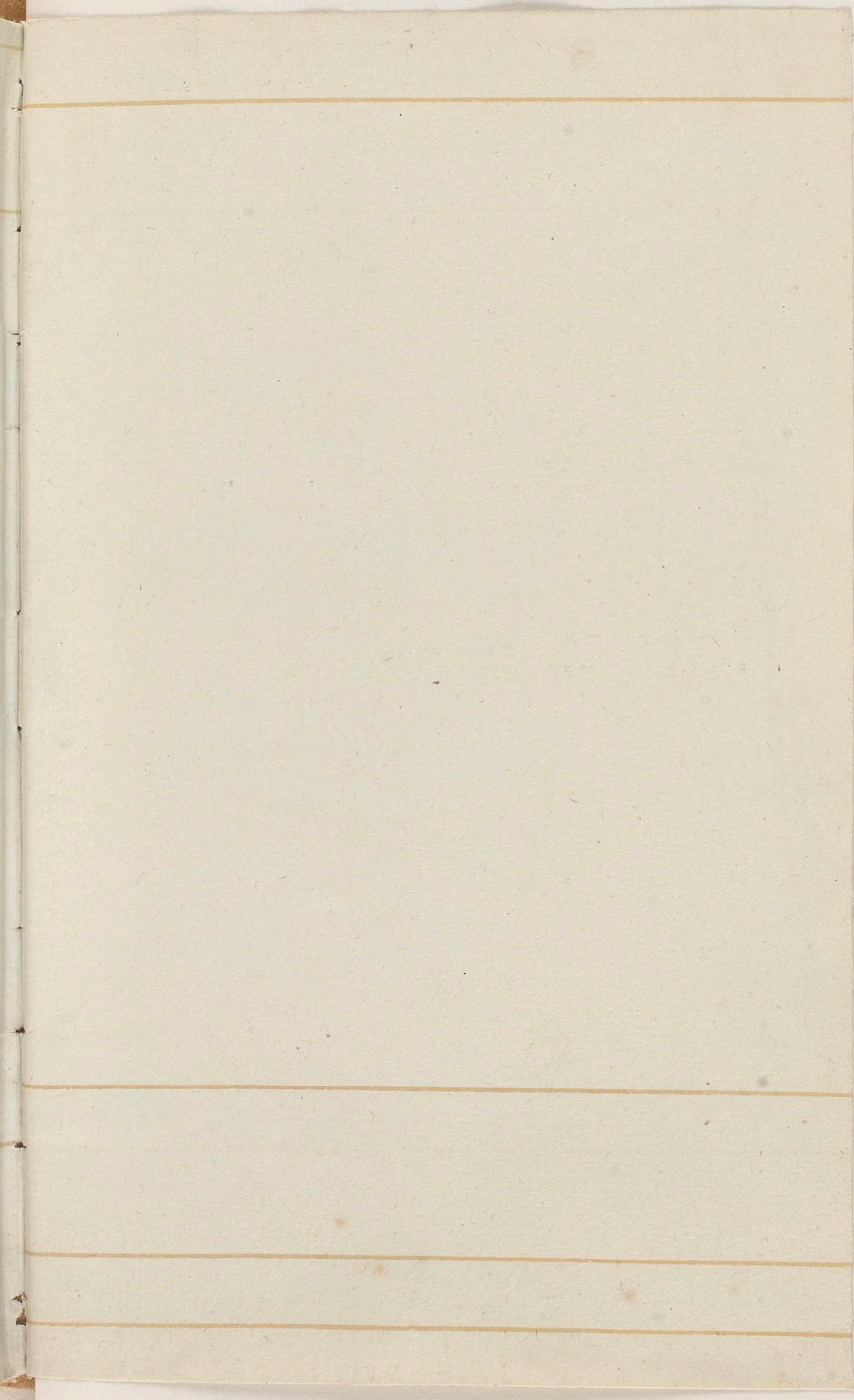
Du second volume.

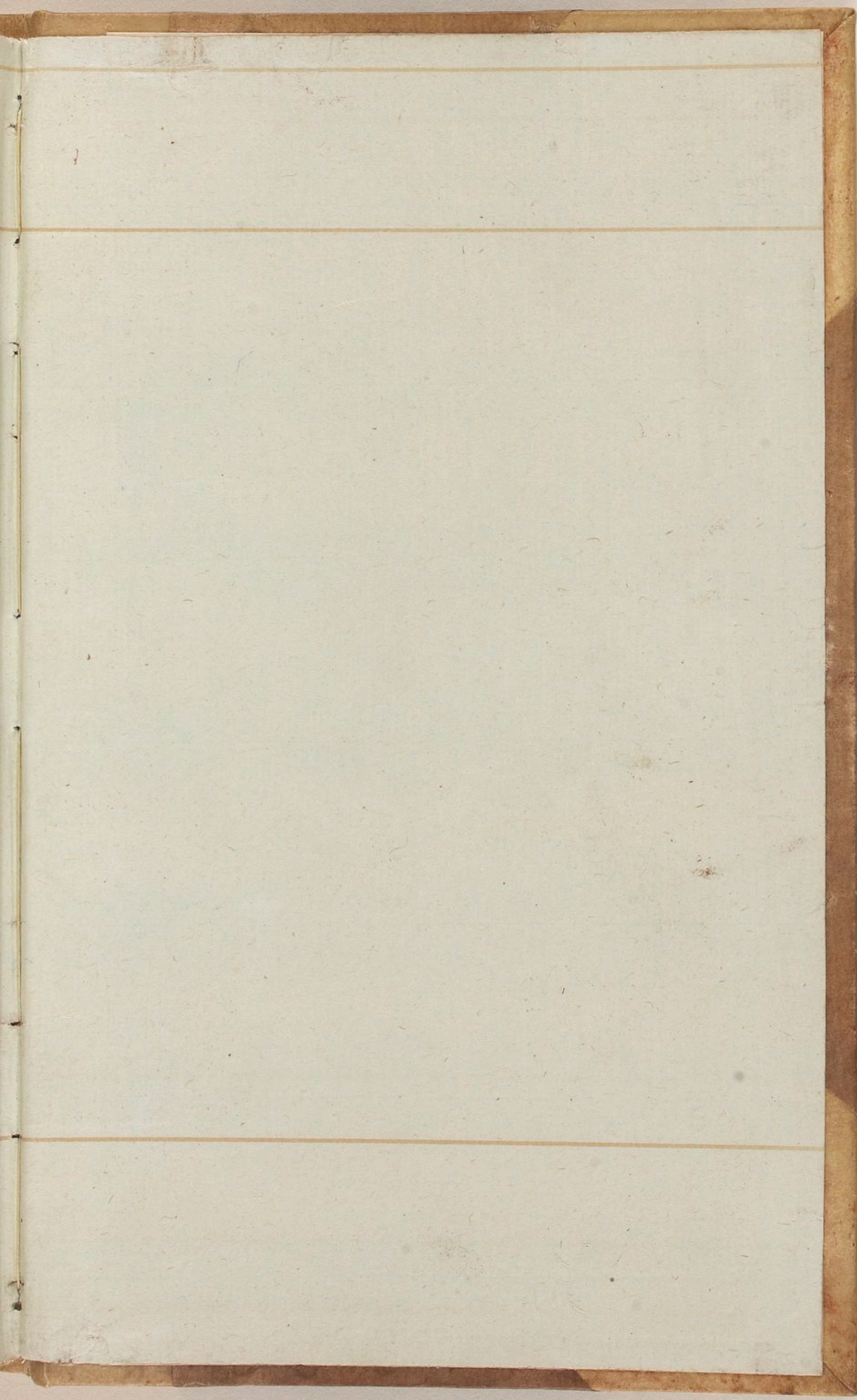
LIVRE QUATRIÈME.

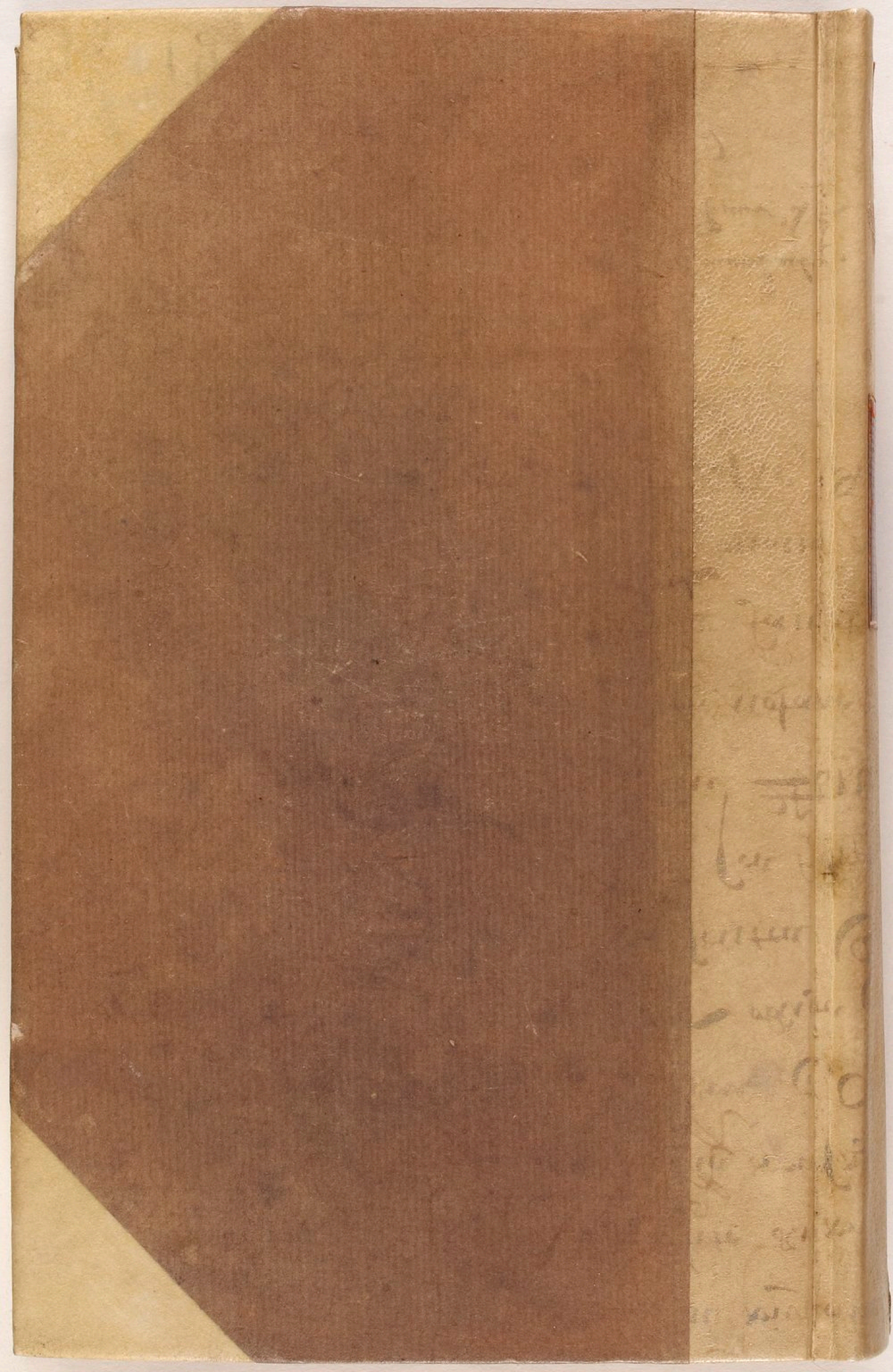
LIVRE CINQUIÈME.

Fin de la table.









P.-S. LAPLACE

EXPOSITION
DU SYSTÈME
DU MONDE

1796